# Steifigkeiten

## Dehnsteifigkeiten

Bei der Berechnung der Dehnsteifigkeiten von BSP-Elementen muss die Schichtorientierung berücksichtigt werden. Somit ergeben sich die Dehnsteifigkeiten in die Richtungen $x$ und $y$ unter der Annahme von $E_{90}$ = 0 und bezogen auf die Breite von 1 m nach Glg. \eqref{eq:eqn_cx} bzw. \eqref{eq:eqn_cy}, wobei jeweils nur die Schichtdicken berücksichtigt werden, die in die betrachtete Richtung orientiert sind.

\begin{equation} \label{eq:eqn_cx} {c_x} = {E_0} \cdot \sum\limits_{i = 1}^{{n_x}} {{t_{i,x}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_cy} {c_y} = {E_0} \cdot \sum\limits_{i = 1}^{{n_y}} {{t_{i,y}}} \end{equation}

Es bedeuten:

| | |
|---|---|
| $c_x$ | Dehnsteifigkeit in x-Richtung |
| $c_y$ | Dehnsteifigkeit in y-Richtung |
| $E_0$ | Elastizitätsmodul in Faserrichtung |
| $E_{90}$ | Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung (i. d. R. $E_{90}$ = 0) |
| $t_{i,x}$ | Dicke der Schicht i mit Faserrichtung in x-Richtung |
| $t_{j,y}$ | Dicke der Schicht j mit Faserrichtung in y-Richtung |

## Biegesteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Biegesteifigkeit $K_{CLT}$ eines BSP-Elementes wird nach Glg. \eqref{eq:eqn_kclt} berechnet. Die abwechselnde Schichtorientierung und die somit unterschiedlichen Materialeigenschaften sind dabei zu berücksichtigen. Für längslagenorientierte Schichten (α = 0°) ist der E-Modul $E_{0,mean}$ und für querlagenorientierte Schichten (α = 90°) der E-Modul $E_{90,mean}$ zu verwenden.

Die Querlagen tragen aufgrund des großen Verhältnisses $E_{0,mean}$ / $E_{90,mean}$ ≈ 30 nur geringfügig zur Biegesteifigkeit bei und daher kann für die Berechnung $E_{90,mean}$ = 0 angesetzt werden.

Abb. 1: 5-schichtiger BSP-Querschnitt: Bezeichnungen der Abmessungen und Abstände

\begin{equation} \label{eq:eqn_kclt} {K_{{\rm{CLT}}}} = \sum {({E_i} \cdot {I_i}) + \sum {({E_i} \cdot {A_i} \cdot {e_i}^2)} } \end{equation}

| | |
|---|---|
| $I_i$ | Eigenträgheitsmoment der Schicht $i$ |
| $E_i$ | E-Modul der Schicht $i$, je nach Orientierung $E_0$ oder $E_{90}$ |
| $A_i$ | Querschnittsfläche der Schicht $i$ |
| $e_i$ | Abstand zwischen Schwerpunkt $S_i$ der Schicht $i$ und dem Gesamtschwerpunkt $S$ |

# Schubsteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Schubsteifigkeit $S_{CLT}$ (siehe Glg. \eqref{eq:eqn_sclt}) bei Belastung normal zur Plattenebene ist abhängig von der Schubsteifigkeit des wölbfreien Querschnittes $S_{tot}$ nach Glg. \eqref{eq:eqn_stot} und dem Schubkorrekturfaktor κ nach Glg. \eqref{eq:eqn_kappa}. Für Längslagen ist dabei der Schubmodul $G_{CLT,mean}$ und für die Querlagen der Rollschuhmodul $G_{r,CLT,mean}$ zu verwenden.

\begin{equation} \label{eq:eqn_sclt} {S_{{\text{CLT}}}} = {S_{{\text{tot}}}} \cdot \kappa \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_stot} {S_{{\text{tot}}}} = \sum {({G_i} \cdot {b_i} \cdot {t_i}) = \sum {({G_i} \cdot {A_i})} } \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa} \kappa = {1 \over {{S_{{\text{tot}}}} \cdot {1 \over {K_{{\text{CLT}}}^2}} \cdot \int\limits_{{t_{CLT}}} {{{{S^2}(z,E(z))} \over {G(z) \cdot b(z)}}{\text{d}}z} }} \end{equation}

| | |
|---|---|
| $G_i$ | Schubmodul der Schicht $i$, je nach Orientierung $G$ oder $G_r$ |
| $b_i$ | Breite der Schicht $i$ |
| $t_i$ | Dicke der Schicht $i$ |
| $S(z,E(z))$ | Statisches Moment in Abhängigkeit der $z$-Koordinate |
| $G(z)$ | Schubmodul in Abhängigkeit der $z$-Koordinate |
| $b(z)$ | Breite des Querschnitts in Abhängigkeit der $z$-Koordinate |

In Abb. 2 ist der Schubkorrekturfaktor in Abhängigkeit des Verhältnisses $t_0$ / $t_{CLT}$ dargestellt. Es werden die analytische Lösung für 3-, 5- und 7-schichtige Aufbauten sowie die derzeitig am Markt befindlichen BSP-Produkte gegenübergestellt. Durch den Einfluss der schubnachgiebigen Querlagen ist der Schubkorrekturfaktor der derzeitig existierenden BSP-Produkte nahezu konstant und bei einem Verhältnis von $G / G_r = 10$ in etwa ¼ eines rechteckigen Querschnittes mit nur Längslagen, wie z.B. Vollholz oder Brettschichtholz.

In der Berechnung des Schubkorrekturfaktors nach Glg. \eqref{eq:eqn_kappa} werden keine unterschiedlichen Brettbreiten und Fugen zwischen den Brettern berücksichtigt. In [1] wird jedoch gezeigt, dass diese beiden Parameter einen Einfluss haben. Der Schubkorrekturfaktor kann sich dadurch um ca. 10 % bis 15 % verringern.

Abb. 2: Schubkorrekturfaktor bei einem Verhältnis $G / G_r = 10$ in Abhängigkeit des Verhältnisses $t_0$ / $t_{CLT}$ – analytische Lösung und aktuelle Produkte; berechnet mit dem CLTdesigner; $t_0$ ist die Summe aller Schichtdicken mit α = 0°

# Schubsteifigkeit bei Belastung in Scheibenebene

Die Schubsteifigkeit $c_{xy}$ einer BSP-Scheibe ergibt sich nach Glg. \eqref{eq:eqn_3} als Produkt des effektiven Schubmoduls $G^*$ und der Gesamtdicke $t_{CLT}$. Der effektive Schubmodul wird nach Glg. \eqref{eq:eqn_4} berechnet.

\begin{equation} \label{eq:eqn_3} {c_{xy}} = {G^ * } \cdot {t_{CLT}} \end{equation}

mit

\begin{equation} \label{eq:eqn_4} {G^ * } = {{{G_0}} \over {1 + 6 \cdot {p_S} \cdot {{\left( {{t \over a}} \right)}^{{q_S}}}}} \end{equation}

und $q_s$ = 1,21 sowie $p_s$ = 0,53 für 3-schichtige und $p_s$ = 0,43 für 5- und 7-schichtige BSP-Scheiben (gültig für $G_0$ / $G_{90}$ = 10)

Die Faktoren $q_s$ und $p_s$ wurden im Zuge einer FE-Studie [2] ermittelt und sind u.a. in ON B 1995-1-1:2014 11 15 verankert.

Es bedeuten:

| | |
|---|---|
| $c_{xy}$ | Schubsteifigkeit einer BSP-Scheibe |
| $G^*$ | effektiver Schubmodul |
| $G_0$ | Schubmodul |
| $t_{CLT}$ | Gesamtdicke der BSP-Scheibe |
| $t$ | mittlere Schichtdicke ($t$ = $t_{CLT}/n$) |
| $a$ | Brettbreite (i. Allg. $a$ = 150 mm) |

# Drillsteifigkeit

In [2] wird die Drillsteifigkeit $D_{xy}$ einer homogenen Platte mit orthotropem Material nach Glg. \eqref{eq:eqn_dxy} angegeben, wobei der Schubmodul $G_{xy}$ über die gesamte Dicke t konstant sein muss. Im Fall von Brettsperrholz trifft dies nur für schmalseitenverklebte, völlig rissfreie Produkte zu. Ist dies nicht der Fall, muss eine Abminderung nach Glg. \eqref{eq:eqn_dxy_stern} bzw. \eqref{eq:eqn_kappa_clt_p} in Abhängigkeit der Schichtanzahl und der Brettgeometrie vorgenommen werden. Diese Abminderungsfunktion wurde in [2] anhand einer FE-Studie ermittelt. Die Parameter p und q sind der Tab. 1 zu entnehmen. Für Platten mit unterschiedlichen Schichtdicken kann näherungsweise mit einer mittleren Schichtdicke gerechnet werden.

\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy} {D_{xy}} = {G_{xy}} \cdot {{t_{CLT}^3} \over {12}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy_stern} D_{xy}^* = {\kappa _{CLT,P}} \cdot {D_{xy}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa_clt_p} {\kappa _{CLT,P}} = {1 \over {1 + 6 \cdot {\alpha _{FIT}} \cdot {{\left( {{t \over a}} \right)}^2}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_alpha_fit} {\alpha _{FIT}} = p \cdot {\left( {{t \over a}} \right)^q} \end{equation}

| | |
|---|---|
| $D_{xy}$ | Drillsteifigkeit einer homogenen Platte mit orthotropem Material oder schmalseitenverklebte BSP-Platten ohne Risse |
| $D_{xy}^*$ | reduzierte Drillsteifigkeit für BSP-Platten ohne Schmalseitenverklebung |
| $\kappa_{CLT,P}$ | Reduktionsfaktor zur Abminderung der Plattendrillsteifigkeit |
| $t$ | Brettdicke |
| $a$ | Brettbreite |

Tab. 1: Anpassungsparameter p und q für 3-, 5- und 7-schichtige BSP-Elemente

| Parameter | 3-schichtig | 5-schichtig | 7-schichtig |
|---|---|---|---|
| **p** | 0,89 | 0,67 | 0,55 |
| **q** | -0,67 | -0,74 | -0,77 |

Die Abhängigkeit der Reduktionsfaktoren von t/a ist in Tab. 2 dargestellt.

Tab. 2: Reduktionsfaktor $\kappa_{CLT,P}$

| t/a | $\kappa_{CLT,P}$ | | |
|---|---|---|---|
| | 3-schichtig | 5-schichtig | 7-schichtig |
| **1:6** | 0,67 | 0,70 | 0,73 |
| **1:5** | 0,61 | 0,65 | 0,69 |
| **1:4** | 0,54 | 0,59 | 0,63 |
| **1:3** | 0,45 | 0,50 | 0,54 |

# Torsionssteifigkeit

In [3][4] wird die Torsionssteifigkeit eines BSP-Trägers nach Glg. \eqref{eq:torsionsteifigkeit} (Näherungslösung; siehe auch Torsionsträgheitsmoment eines Rechteckquerschnitts) angegeben. $\left( {1 - 0,63 \cdot {{{t_\text{CLT}}} \over h}} \right)$ beschreibt dabei die näherungsweise Berücksichtigung von Wölbeffekten.

\begin{equation} \label{eq:torsionsteifigkeit} G{I_\text{tor}} = 4 \cdot D_\text{xy}^* \cdot h \cdot \left( {1 - 0,63 \cdot {{{t_\text{CLT}}} \over h}} \right) \end{equation}

| | |
|---|---|
| $h$ | Höhe des BSP-Trägers |
| $D_\text{xy}^*$ | Drillsteifigkeit |

# Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
**https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=clt:design:stiffness:stiffness&rev=1510564254**

Last update: **2019/02/21 10:22**
Printed on 2026/11/10 05:13