

# Steifigkeiten

## Dehnsteifigkeiten

Bei der Berechnung der Dehnsteifigkeiten von BSP-Elementen muss die Schichtorientierung berücksichtigt werden. Somit ergeben sich die Dehnsteifigkeiten in die Richtungen  $x$  und  $y$  unter der Annahme von  $E_{90} = 0$  und bezogen auf die Breite von 1 m nach Glg.  $\text{\eqref{eq:eqn_cx}}$  bzw.  $\text{\eqref{eq:eqn_cy}}$ , wobei jeweils nur die Schichtdicken berücksichtigt werden, die in die betrachtete Richtung orientiert sind.



$$\text{\eqref{eq:eqn_cx}} \quad c_x = E_0 \cdot \sum_{i=1}^{n_x} t_{i,x}$$

$$\text{\eqref{eq:eqn_cy}} \quad c_y = E_0 \cdot \sum_{i=1}^{n_y} t_{i,y}$$

Es bedeuten:

$c_x$	Dehnsteifigkeit in x-Richtung
$c_y$	Dehnsteifigkeit in y-Richtung
$E_0$	Elastizitätsmodul in Faserrichtung
$E_{90}$	Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung (i. d. R. $E_{90} = 0$ )
$t_{i,x}$	Dicke der Schicht $i$ mit Faserrichtung in x-Richtung
$t_{j,y}$	Dicke der Schicht $j$ mit Faserrichtung in y-Richtung

## Biegesteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Biegesteifigkeit  $K_{CLT}$  eines BSP-Elementes wird nach Glg.  $\text{\eqref{eq:eqn_kclt}}$  berechnet. Die abwechselnde Schichtorientierung und die somit unterschiedlichen Materialeigenschaften sind dabei zu berücksichtigen. Für längslagenorientierte Schichten ( $\alpha = 0^\circ$ ) ist der E-Modul  $E_{0,mean}$  und für querlagenorientierte Schichten ( $\alpha = 90^\circ$ ) der E-Modul  $E_{90,mean}$  zu verwenden.

Die Querlagen tragen aufgrund des großen Verhältnisses  $E_{0,mean} / E_{90,mean} \approx 30$  nur geringfügig zur Biegesteifigkeit bei und daher kann für die Berechnung  $E_{90,mean} = 0$  angesetzt werden.



Abb. 1: 5-schichtiger BSP-Querschnitt: Bezeichnungen der Abmessungen und Abstände

$$\text{\eqref{eq:eqn_kclt}} \quad K_{CLT} = \sum \{ (E_i \cdot I_i) + \sum \{ (E_i \cdot A_i \cdot e_i^2) \} \}$$

$I_i$	Eigenträgheitsmoment der Schicht $i$
$E_i$	E-Modul der Schicht $i$ , je nach Orientierung $E_0$ oder $E_{90}$
$A_i$	Querschnittsfläche der Schicht $i$
$e_i$	Abstand zwischen Schwerpunkt $S_i$ der Schicht $i$ und dem Gesamtschwerpunkt $SS$

## Schubsteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Schubsteifigkeit  $S_{CLT}$  (siehe Glg. \eqref{eq:eqn\_sclt}) bei Belastung normal zur Plattenebene ist abhängig von der Schubsteifigkeit des wölbfreien Querschnittes  $S_{tot}$  nach Glg. \eqref{eq:eqn\_stot} und dem Schubkorrekturfaktor  $\kappa$  nach Glg. \eqref{eq:eqn\_kappa}. Für Längslagen ist dabei der Schubmodul  $G_{CLT,mean}$  und für die Querlagen der Rollschuhmodul  $G_{r,CLT,mean}$  zu verwenden.

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_sclt} S_{\text{CLT}} = S_{\text{tot}} \cdot \kappa \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_stot} S_{\text{tot}} = \sum \{ (G_i \cdot b_i \cdot t_i) \} = \sum \{ (G_i \cdot A_i) \} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa} \kappa = \frac{1}{S_{\text{tot}}} \cdot \frac{1}{K_{\text{CLT}}^2} \cdot \int \limits_{-t_{CLT}}^{t_{CLT}} \{ \frac{S^2(z, E(z))}{G(z) \cdot b(z)} dz \} \end{equation}$$

$G_i$	Schubmodul der Schicht $i$ , je nach Orientierung $G$ oder $G_r$
$b_i$	Breite der Schicht $i$
$t_i$	Dicke der Schicht $i$
$S(z, E(z))$	Statisches Moment in Abhängigkeit der $z$ -Koordinate
$G(z)$	Schubmodul in Abhängigkeit der $z$ -Koordinate
$b(z)$	Breite des Querschnitts in Abhängigkeit der $z$ -Koordinate

In Abb. 2 ist der Schubkorrekturfaktor in Abhängigkeit des Verhältnisses  $t_0 / t_{CLT}$  dargestellt. Es werden die analytische Lösung für 3-, 5- und 7-schichtige Aufbauten sowie die derzeit am Markt befindlichen BSP-Produkte gegenübergestellt. Durch den Einfluss der schubnachgiebigen Querlagen ist der Schubkorrekturfaktor der derzeit existierenden BSP-Produkte nahezu konstant und bei einem Verhältnis von  $G / G_r = 10$  in etwa  $\frac{1}{4}$  eines rechteckigen Querschnittes mit nur Längslagen, wie z.B. Vollholz oder Brettschichtholz.

In der Berechnung des Schubkorrekturfaktors nach Glg. \eqref{eq:eqn\_kappa} werden keine unterschiedlichen Brettbreiten und Fugen zwischen den Brettern berücksichtigt. In [1] wird jedoch gezeigt, dass diese beiden Parameter einen Einfluss haben. Der Schubkorrekturfaktor kann sich dadurch um ca. 10 % bis 15 % verringern.



Abb. 2: Schubkorrekturfaktor bei einem Verhältnis  $G / G_r = 10$  in Abhängigkeit des Verhältnisses  $t_0 / t_{CLT}$  - analytische Lösung und aktuelle Produkte; berechnet mit dem CLTdesigner;  $t_0$  ist die Summe aller Schichtdicken mit  $\alpha = 0^\circ$

## Schubsteifigkeit bei Belastung in Scheibenebene

Die Schubsteifigkeit  $c_{xy}$  einer BSP-Scheibe ergibt sich nach Glg. \eqref{eq:eqn\_3} als Produkt des effektiven Schubmoduls  $G^*$  und der Gesamtdicke  $t_{CLT}$ . Der effektive Schubmodul wird nach Glg. \eqref{eq:eqn\_4} berechnet.

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_3} c_{xy} = G^* \cdot t_{CLT} \end{equation}$$

mit

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_4} G^* = \frac{G_0}{1 + 6 \cdot p_S \cdot \left( \frac{t}{a} \right)^{q_S}} \end{equation}$$

und  $q_S = 1,21$  sowie  $p_S = 0,53$  für 3-schichtige und  $p_S = 0,43$  für 5- und 7-schichtige BSP-Scheiben (gültig für  $G_0 / G_{90} = 10$ )

Die Faktoren  $q_S$  und  $p_S$  wurden im Zuge einer [FE-Studie \[2\]](#) ermittelt und sind u.a. in [ON B 1995-1-1:2014 11 15](#) verankert.

Es bedeuten:

$c_{xy}$	Schubsteifigkeit einer BSP-Scheibe
$G^*$	effektiver Schubmodul
$G_0$	Schubmodul
$t_{CLT}$	Gesamtdicke der BSP-Scheibe
$t$	mittlere Schichtdicke ( $t = t_{CLT}/n$ )
$a$	Brettbreite (i. Allg. $a = 150$ mm)

## Drillsteifigkeit

In [\[2\]](#) wird die Drillsteifigkeit  $D_{xy}$  einer homogenen Platte mit orthotropem Material nach Glg. [\eqref{eq:eqn\\_dxy}](#) angegeben, wobei der Schubmodul  $G_{xy}$  über die gesamte Dicke  $t$  konstant sein muss. Im Fall von Brettsperrholz trifft dies nur für schmalseitenverklebte, völlig rissfreie Produkte zu. Ist dies nicht der Fall, muss eine Abminderung nach Glg. [\eqref{eq:eqn\\_dxy\\_stern}](#) bzw. [\eqref{eq:eqn\\_kappa\\_clt\\_p}](#) in Abhängigkeit der Schichtanzahl und der Brettgeometrie vorgenommen werden. Diese Abminderungsfunktion wurde in [\[2\]](#) anhand einer FE-Studie ermittelt. Die Parameter  $p$  und  $q$  sind der Tab. [1](#) zu entnehmen. Für Platten mit unterschiedlichen Schichtdicken kann näherungsweise mit einer mittleren Schichtdicke gerechnet werden.

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy} D_{xy} = G_{xy} \cdot \frac{t_{CLT}^3}{12} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy_stern} D_{xy}^* = \kappa_{CLT,P} \cdot D_{xy} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa_clt_p} \kappa_{CLT,P} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \alpha_{FIT} \cdot \left( \frac{t}{a} \right)^2} \end{equation}$$

$$\begin{equation} \label{eq:eqn_alpha_fit} \alpha_{FIT} = p \cdot \left( \frac{t}{a} \right)^q \end{equation}$$

$D_{xy}$	Drillsteifigkeit einer homogenen Platte mit orthotropem Material oder schmalseitenverklebte BSP-Platten ohne Risse
$D_{xy}^*$	reduzierte Drillsteifigkeit für BSP-Platten ohne Schmalseitenverklebung
$\kappa_{CLT,P}$	Reduktionsfaktor zur Abminderung der Plattendrillsteifigkeit
$t$	Brettdicke
$a$	Brettbreite

Tab. 1: Anpassungsparameter  $p$  und  $q$  für 3-, 5- und 7-schichtige BSP-Elemente

Parameter	3-schichtig	5-schichtig	7-schichtig
<b>p</b>	0,89	0,67	0,55
<b>q</b>	-0,67	-0,74	-0,77

Die Abhängigkeit der Reduktionsfaktoren von t/a ist in Tab. 2 dargestellt.

Tab. 2: Reduktionsfaktor  $K_{CLT,P}$

t/a	$K_{CLT,P}$		
	3-schichtig	5-schichtig	7-schichtig
<b>1:6</b>	0,67	0,70	0,73
<b>1:5</b>	0,61	0,65	0,69
<b>1:4</b>	0,54	0,59	0,63
<b>1:3</b>	0,45	0,50	0,54

## Torsionssteifigkeit

In [3][4] wird die Torsionssteifigkeit eines BSP-Trägers nach Glg.  $G_{tor}$  (Näherungslösung; siehe auch [Torsionsträgheitsmoment eines Rechteckquerschnitts](#)) angegeben.  $\left( 1 - 0,63 \cdot \frac{t_{CLT}}{h} \right)$  beschreibt dabei die näherungsweise Berücksichtigung von Wölbeffekten.

$$G_{tor} = 4 \cdot D_{xy}^* \cdot h \cdot \left( 1 - 0,63 \cdot \frac{t_{CLT}}{h} \right)$$

$h$	Höhe des BSP-Trägers
$D_{xy}^*$	<a href="#">Drillsteifigkeit</a>

## Referenzen

From: <https://wiki.ihbv.at/> - **IHBV Wiki**

Permanent link: <https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=clt:design:stiffness:stiffness&rev=1494842341> 

Last update: **2019/02/21 10:22**  
 Printed on 2026/06/06 03:11