Steifigkeiten

Dehnsteifigkeiten

Bei der Berechnung der Dehnsteifigkeiten von BSP-Elementen muss die Schichtorientierung berücksichtigt werden. Somit ergeben sich die Dehnsteifigkeiten in die Richtungen x und y unter der Annahme von E_{90} = 0 und bezogen auf die Breite von 1 m nach Glg. \eqref{eq:eqn_1} bzw. \eqref{eq:eqn_2}, wobei jeweils nur die Schichtdicken berücksichtigt werden, die in die betrachtete Richtung orientiert sind.

\begin{equation} \label{eq:eqn_1} {c_x} = {E_0} \cdot \sum\limits_{i = 1}^{{n_x}} {{t_{i,x}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_2} {c_y} = {E_0} \cdot \sum\limits_{i = 1}^{{n_y}} {{t_{i,y}}} \end{equation}

Es bedeuten:

c_x	Dehnsteifigkeit in x-Richtung
c_y	Dehnsteifigkeit in y-Richtung
E_0	Elastizitätsmodul in Faserrichtung
E_{90}	Elastizitätsmodul quer zur Faserrichtung (i. d. R. E_{90} = 0)
$t_{i,x}$	Dicke der Schicht i mit Faserrichtung in x-Richtung
$t_{j,y}$	Dicke der Schicht j mit Faserrichtung in y-Richtung

Biegesteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Biegesteifigkeit K_{CLT} eines BSP-Elementes wird nach Glg. \eqref{eq:eqn_kclt} berechnet. Die abwechselnde Schichtorientierung und die somit unterschiedlichen Materialeigenschaften sind dabei zu berücksichtigen. Für längslagenorientierte Schichten (α = 0°) ist der E-Modul $E_{0,mean}$ und für querlagenorientierte Schichten (α = 90°) der E-Modul $E_{90,mean}$ zu verwenden.

Die Querlagen tragen aufgrund des großen Verhältnisses $E_{0,mean}$ / $E_{90,mean}$ ≈ 30 nur geringfügig zur Biegesteifigkeit bei und daher kann für die Berechnung $E_{90,mean}$ = 0 angesetzt werden.

Abb. 1: 5-schichtiger BSP-Querschnitt: Bezeichnungen der Abmessungen und Abstände

\begin{equation} \label{eq:eqn_kclt} {K_{{\rm{CLT}}}} = \sum {({E_i} \cdot {I_i}) + \sum {({E_i} \cdot {A_i} \cdot {e_i}^2)} } \end{equation}

I_i	Eigenträgheitsmoment der Schicht i
E_i	E-Modul der Schicht i, je nach Orientierung E_0 oder E_{90}
A_i	Querschnittsfläche der Schicht i
e_i	Abstand zwischen Schwerpunkt S_i der Schicht i und dem Gesamtschwerpunkt S

Schubsteifigkeit bei Belastung normal zur Plattenebene

Die Schubsteifigkeit S_{CLT} (siehe Glg. \eqref{eq:eqn_sclt}) bei Belastung normal zur Plattenebene ist abhängig von der Schubsteifigkeit des wölbfreien Querschnittes S_{tot} nach Glg. \eqref{eq:eqn_stot} und dem Schubkorrekturfaktor κ nach Glg. \eqref{eq:eqn_kappa}. Für Längslagen ist dabei der Schubmodul $G_{CLT,mean}$ und für die Querlagen der Rollschuhmodul $G_{r,CLT,mean}$ zu verwenden.

\begin{equation} \label{eq:eqn_sclt} {S_{{\text{CLT}}}} = {S_{{\text{tot}}}} \cdot \kappa \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_stot} {S_{{\text{tot}}}} = \sum {({G_i} \cdot {b_i} \cdot {t_i}) = \sum {({G_i} \cdot {A_i})} } \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa} \kappa = {1 \over {{S_{{\text{tot}}}} \cdot {1 \over {K_{{\text{CLT}}}^2}} \cdot \int\limits_{{t_{CLT}}} {{{{S^2}(z,E(z))} \over {G(z) \cdot b(z)}}{\text{d}}z} }} \end{equation}

G_i	Schubmodul der Schicht i, je nach Orientierung G oder G_r
b_i	Breite der Schicht i
t_i	Dicke der Schicht i
$S(z,E(z))$	Statisches Moment in Abhängigkeit der z-Koordinate
$G(z)$	Schubmodul in Abhängigkeit der z-Koordinate
$b(z)$	Breite des Querschnitts in Abhängigkeit der z-Koordinate

In Abb. 2 ist der Schubkorrekturfaktor in Abhängigkeit des Verhältnisses t_0 / t_{CLT} dargestellt. Es werden die analytische Lösung für 3-, 5- und 7-schichtige Aufbauten sowie die derzeitig am Markt befindlichen BSP-Produkte gegenübergestellt. Durch den Einfluss der schubnachgiebigen Querlagen ist der Schubkorrekturfaktor der derzeitig existierenden BSP-Produkte nahezu konstant und bei einem Verhältnis von G / G_r = 10 in etwa ¼ eines rechteckigen Querschnittes mit nur Längslagen, wie z.B. Vollholz oder Brettschichtholz.

In der Berechnung des Schubkorrekturfaktors nach Glg. \eqref{eq:eqn_kappa} werden keine unterschiedlichen Brettbreiten und Fugen zwischen den Brettern berücksichtigt. In [1] wird jedoch gezeigt, dass diese beiden Parameter einen Einfluss haben. Der Schubkorrekturfaktor kann sich dadurch um ca. 10 % bis 15 % verringern.

Abb. 2: Schubkorrekturfaktor bei einem Verhältnis G / G_r = 10 in Abhängigkeit des Verhältnisses t_0 / t_{CLT} – analytische Lösung und aktuelle Produkte; berechnet mit dem CLTdesigner; t_0 ist die Summe aller Schichtdicken mit α = 0°

Schubsteifigkeit bei Belastung in Scheibenebene

Die Schubsteifigkeit c_{xy} einer BSP-Scheibe ergibt sich nach Glg. \eqref{eq:eqn_3} als Produkt des effektiven Schubmoduls G^* und der Gesamtdicke t_{CLT}. Der effektive Schubmodul wird nach Glg. \eqref{eq:eqn_4} berechnet.

\begin{equation} \label{eq:eqn_3} {c_{xy}} = {G^ * } \cdot {t_{CLT}} \end{equation} mit

\begin{equation} \label{eq:eqn_4} {G^ * } = {{{G_0}} \over {1 + 6 \cdot {p_S} \cdot {{\left({{t \over a}} \right)}^{{q_S}}}}} \end{equation}

und q_S = 1,21 sowie p_S = 0,53 für 3-schichtige und p_S = 0,43 für 5- und 7-schichtige BSP-Scheiben (gültig für G_0 / G_{90} = 10)

Die Faktoren q_S und p_S wurden im Zuge einer FE-Studie [2] ermittelt und sind u.a. in ON B 1995-1-1:2014 11 15 verankert.

Es bedeuten:

c_{xy}	Schubsteifigkeit einer BSP-Scheibe
G^*	effektiver Schubmodul
G_0	Schubmodul
t_{CLT}	Gesamtdicke der BSP-Scheibe
t	mittlere Schichtdicke (t = t_{CLT}/n)
a	Brettbreite (i. Allg. a = 150 mm)

Drillsteifigkeit

In [2] wird die Drillsteifigkeit D_{xy} einer homogenen Platte mit orthotropem Material nach Glg. \eqref{eq:eqn_dxy} angegeben, wobei der Schubmodul G_{xy} über die gesamte Dicke t konstant sein muss. Im Fall von Brettsperrholz trifft dies nur für schmalseitenverklebte, völlig rissfreie Produkte zu. Ist dies nicht der Fall, muss eine Abminderung nach Glg. \eqref{eq:eqn_dxy_stern} bzw. \eqref{eq:eqn_kappa_clt_p} in Abhängigkeit der Schichtanzahl und der Brettgeometrie vorgenommen werden. Diese Abminderungsfunktion wurde in [2] anhand einer FE-Studie ermittelt. Die Parameter p und q sind der Tab. 1 zu entnehmen. Für Platten mit unterschiedlichen Schichtdicken kann näherungsweise mit einer mittleren Schichtdicke gerechnet werden.

\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy} {D_{xy}} = {G_{xy}} \cdot {{t_{CLT}^3} \over {12}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_dxy_stern} D_{xy}^* = {\kappa _{CLT,P}} \cdot {D_{xy}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_kappa_clt_p} {\kappa _{CLT,P}} = {1 \over {1 + 6 \cdot {\alpha _{FIT}} \cdot {{\left({{t \over a}} \right)}^2}}} \end{equation}

\begin{equation} \label{eq:eqn_alpha_fit} {\alpha _{FIT}} = p \cdot {\left({{t \over a}} \right)^q} \end{equation}

D_{xy}	Drillsteifigkeit einer homogenen Platte mit orthotropem Material oder schmalseitenverklebte BSP-Platten ohne Risse
D_{xy}^*	reduzierte Drillsteifigkeit für BSP-Platten ohne Schmalseitenverklebung
$\kappa_{CLT,P}$	Reduktionsfaktor zur Abminderung der Plattendrillsteifigkeit
t	Brettdicke
a	Brettbreite

Tab. 1: Anpassungsparameter p und q für 3-, 5- und 7-schichtige BSP-Elemente

Parameter	3-schichtig	5-schichtig	7-schichtig
p	0,89	0,67	0,55
q	-0,67	-0,74	-0,77

Die Abhängigkeit der Reduktionsfaktoren von t/a ist in Tab. 2 dargestellt.

Tab. 2: Reduktionsfaktor $\kappa_{CLT,P}$

t/a	$\kappa_{CLT,P}$		
	3-schichtig	5-schichtig	7-schichtig
1:6	0,67	0,70	0,73
1:5	0,61	0,65	0,69
1:4	0,54	0,59	0,63
1:3	0,45	0,50	0,54

Torsionssteifigkeit

In [3][4] wird die Torsionssteifigkeit eines BSP-Trägers nach Glg. \eqref{eq:torsionsteifigkeit} (Näherungslösung; siehe auch Torsionsträgheitsmoment eines Rechteckquerschnitts) angegeben. $\left({1 - 0,63 \cdot {{{t_\text{CLT}}} \over h}} \right)$ beschreibt dabei die näherungsweise Berücksichtigung von Wölbeffekten.

\begin{equation} \label{eq:torsionsteifigkeit} G{I_\text{tor}} = 4 \cdot D_\text{xy}^* \cdot h \cdot \left({1 - 0,63 \cdot {{{t_\text{CLT}}} \over h}} \right) \end{equation}

h	Höhe des BSP-Trägers
D_xy^*	Drillsteifigkeit

Referenzen