BSP, Schwingungen, Berechnungsbeispiel

Schwingungsnachweis am Einfeldträger nach ÖNORM B 1995-1-1:2014

In diesem Beispiel wird eine einfeldrige Wohnungsdecke mit schwerem Aufbau schwingungstechnisch nachgewiesen.

- **Spannweite:** 4,6 m
- **Querschnitt:** 5s á 30 mm
- **Material:** GL24h*
- **Eigengewicht der BSP-Platte:** $g_{1,k}$ = 0,825 kN/m²
- **ständige Lasten:** $g_{2,k}$ = 2,0 kN/m²
- **Nutzlast der Kategorie A:** q_k = 3,0 kN/m²

Querschnitt

System

Annahmen für die Schwingungsberechnung:

- Deckenklasse I nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E1
- Dämpfungsfaktor: ζ = 4,0% nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E5
- Breite des Deckenfeldes: b_D = 5,0 m
- Betonestrich (E = 25.000 N/mm²); Dicke: 50 mm

Plattenkennwerte

Materialparameter für GL24h*:

- E_0 = 11.600 N/mm²
- E_{90} = 0 N/mm²
- G = 720 N/mm²
- G_r = 72 N/mm²

Biegesteifigkeit

Biegesteifigkeit der BSP-Platte in Deckenspannrichtung:

$${K_{clt}} = \sum {\left({{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left({{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$$

${K_{clt}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left({3 \cdot {{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{0,06}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{(- 0,06)}^2}} \right) = 2,58 \cdot {10^6}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}$

Biegesteifigkeit der BSP-Platte rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung:

${K_{clt,90}} = \sum {\left({{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left({{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$

${K_{clt,90}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left({2 \cdot {{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{0,03}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{(- 0,03)}^2}} \right) = 6,79 \cdot {10^5}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}$

Auszug aus ÖNORM B 1995-1-1:2014:
Die Biegesteifigkeit von Estrichen darf, im Allgemeinen ohne Angabe der Verbundwirkung, in der Berechnung berücksichtigt werden, wenn diese den geltenden Normen hinsichtlich Eigenschaften und Anforderungen sowie der Herstellung von Estrichen (gemäß ÖNORM EN 13813 und ÖNORM B 2232) entsprechen.

Effektive Biegesteifigkeit in Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:

$(EI)_{I,ef} = K_{clt}+(EI)_{Estrich}$

$(EI)_{I,ef} =2,58 \cdot {10^6} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 2,58 \cdot {10^6} + 2,60 \cdot {10^5}= 2,84 \cdot {10^6}\text{ Nm}^2/\text{m}$

Effektive Biegesteifigkeit der Decke rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:

$(EI)_{b,ef} = K_{clt,90}+(EI)_{Estrich}$

$(EI)_{b,ef} =6,79 \cdot {10^5} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 6,79 \cdot {10^5} + 2,60 \cdot {10^5}= 9,39 \cdot {10^5}\text{ Nm}^2/\text{m}$

Schubsteifigkeit

Schubkorrekturfaktor für einen 5-schichtigen Aufbau mit konstanten Schichtdicken nach dieser Glg. für κ:

$\kappa={\kappa _\text{5s}} = {5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left({3 + 2 \cdot {{{G_{90}}} \over {{G_0}}}} \right) \cdot \left({960 \cdot {{{G_0}} \over {{G_{90}}}} + 883} \right)}}={5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left({3 + 2 \cdot {{72}} \over {720}}} \right) \cdot \left({960 \cdot {{720}} \over {{72}}} + 883} \right)}}=0,244$

Liegt keine konstante Schichtdicke vor, so ist der Schubkorrekturfaktor aus dieser Glg. oder

mittels einer FE-Rechnung zu ermitteln. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Anwendung von [1].

Effektive Schubsteifigkeit:

${\left({GA} \right)_{ef}} = \kappa \cdot \sum {\left({{G_i} \cdot {A_i}} \right)} = 0,244 \cdot \left({3 \cdot 720 \cdot 1000 \cdot 30 + 2 \cdot 72 \cdot 1000 \cdot 30 } \right) = 1,68 \cdot {10^7}{\text{ N}}$

Nachweisführung

Frequenzkriterium

Eigenfrequenz f_1 bei 2-seitiger Lagerung (ohne Querverteilungswirkung):

${f_1} = {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_{I,ef}}} \over m}}= {\pi \over {2 \cdot {{4,6}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over {(825 + 2000)/9,81}}} = 7,38\text{ Hz}}$

$f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,38\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$

Wenn die Schubverformung berücksichtigt wird, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=7,11\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

Eigenfrequenz f_1 bei 4-seitiger Lagerung (mit Querverteilungswirkung):

${f_1} = {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_{I,ef}}} \over m}} \cdot \sqrt {1 + {{\left({{L \over {{b_D}}}} \right)}^4} \cdot {{{{\left({EI} \right)}_{b,ef}}} \over {{{\left({EI} \right)}_{I,ef}}}}}$

${f_1} = {\pi \over {2 \cdot {{4,6}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over {(825 + 2000)/9,81}}} \cdot \sqrt {1 + {{\left({{{4,6} \over {5,0}}} \right)}^4} \cdot {{9,39 \cdot {{10}^5}} \over {2,84 \cdot {{10}^6}}}} = 7,38 \cdot 1,11 = 8,20\text{ Hz} > {f_{gr,I}} = 8,00\text{ Hz}$

Wenn die Schubverformung berücksichtigt wird, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=7,91\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

Steifigkeitskriterium

Mitwirkende Breite b_F nach Glg. (NA.7.2-E3):

${b_F} = {L \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{{{\left({EI} \right)}_{b,ef}}} \over {{{\left({EI} \right)}_{I,ef}}}}} = {{4,6} \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{9,39 \cdot {{10}^5}} \over {2,84 \cdot {{10}^6}}}} = 3,17{\text{ m}}$

Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$

ohne Anteil der Schubverformung:

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left({EI} \right)}_{I,ef}} \cdot {b_F}}} = {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,6}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 3,17}} =2,25 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,22\text{ mm} < {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$ inkl. Anteil der Schubverformung:

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left({EI} \right)}_{I,ef}} \cdot {b_F}}} + {{F \cdot L} \over {4 \cdot {{\left({GA} \right)}_{ef}} \cdot {b_F}}} = {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,6}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 3,17}} + {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot 4,6} \over {4 \cdot 1,68 \cdot {{10}^7} \cdot 3,17}} = 2,46 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,25\text{ mm} \le {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

Schwingbeschleunigung

Da die erste Eigenfrequenz in manchen Fällen unter der Grenzfrequenz liegt, wird die Schwingbeschleunigung berechnet.

${a_{rms}} = {{0,4 \cdot \alpha \cdot {F_0}} \over {2 \cdot \zeta \cdot {M^*}}}$ mit $\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot {f_1}}}$ und ${M^*} = m \cdot {L \over 2} \cdot {b_F}$

${M^*} = {{\left({825 + 2000} \right)} \over {9,81}} \cdot {{4,6} \over 2} \cdot 3,17 = 2100 \text{ kg}$

2-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

$\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot 7,38}} = 0,052$
${a_{rms}} = {{0,4 \cdot 0,052 \cdot 700} \over {2 \cdot 0,04 \cdot 2100}} = 0,09\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$

2-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

$\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot 7,11}} = 0,058$
${a_{rms}} = {{0,4 \cdot 0,058 \cdot 700} \over {2 \cdot 0,04 \cdot 2100}} = 0,10\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$

4-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

$\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot 7,91}} = 0,042$
${a_{rms}} = {{0,4 \cdot 0,042 \cdot 700} \over {2 \cdot 0,04 \cdot 2100}} = 0,07\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$

Zusammenfassung der Ergebnisse

2-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,38\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium	$w(1kN)=0,22 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #008000>✔</fc>
Schwingbeschleunigung	${a_{rms}} = 0,09\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$	<fc #ff0000>✘</fc>
<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>		

2-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,11\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium	$w(1kN)=0,25 \text{ mm} \leq w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #008000>✔</fc>
Schwingbeschleunigung	${a_{rms}} = 0,10\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$	<fc #ff0000>✘</fc>
<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>		

4-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_1=8,20 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium	$w(1kN)=0,22 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #008000>✔</fc>
Schwingbeschleunigung	-	nicht erforderlich
<fc #008000>Nachweis erfüllt</fc>		

4-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,91\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium	$w(1kN)=0,25 \text{ mm} \leq w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #008000>✔</fc>
Schwingbeschleunigung	${a_{rms}} = 0,07\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$	<fc #ff0000>✘</fc>
<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>		

Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=clt:design:plate_loaded_out_of_plane:vibration:example:singlebeam&rev=1511529787

Last update: **2019/02/21 10:30**
Printed on 2026/11/10 12:21