# Schwingungsnachweis am Einfeldträger nach ÖNORM B 1995-1-1:2014

In diesem Beispiel wird eine einfeldrige Wohnungsdecke mit schwerem Aufbau schwingungstechnisch nachgewiesen.

- **Spannweite:** 4,6 m
- **Querschnitt:** 5s á 30 mm
- **Material:** GL24h*
- **Eigengewicht der BSP-Platte:** $g_{1,k}$ = 0,825 kN/m²
- **ständige Lasten:** $g_{2,k}$ = 2,0 kN/m²
- **Nutzlast der Kategorie A:** $q_k$ = 3,0 kN/m²

**Querschnitt**

**System**

**Annahmen für die Schwingungsberechnung:**

- Deckenklassse I nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E1
- Dämpfungsfaktor: ζ = 4,0% nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E5
- Breite des Deckenfeldes: $b_D$ = 5,0 m
- Betonestrich (E = 25.000 N/mm²); Dicke: 50 mm

# Plattenkennwerte

Materialparameter für GL24h*:

- $E_0$ = 11.600 N/mm²
- $E_{90}$ = 0 N/mm²
- G = 720 N/mm²
- $G_r$ = 72 N/mm²

## Biegesteifigkeit

**Biegesteifigkeit der BSP-Platte in Deckenspannrichtung:**

${K_{clt}} = \sum {\left( {{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left( {{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$

${K_{clt}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left( {3 \cdot {{{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03

$\cdot 1,0 \cdot {{0,06}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{( - 0,06)}^2}} \right) = 2,58 \cdot {10^6}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}}$

**Biegesteifigkeit der BSP-Platte rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung:**

${K_{clt,90}} = \sum {\left( {{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left( {{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$

${K_{clt,90}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left( {2 \cdot {{{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{0,03}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{( - 0,03)}^2}} \right) = 6,79 \cdot {10^5}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}}$

**Auszug aus ÖNORM B 1995-1-1:2014:**
Die Biegesteifigkeit von Estrichen darf, im Allgemeinen ohne Angabe der Verbundwirkung, in der Berechnung berücksichtigt werden, wenn diese den geltenden Normen hinsichtlich Eigenschaften und Anforderungen sowie der Herstellung von Estrichen (gemäß ÖNORM EN 13813 und ÖNORM B 2232) entsprechen.

**Effektive Biegesteifigkeit in Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:**

$(EI)_{I,ef} = K_{clt}+(EI)_{Estrich}$

$(EI)_{I,ef} =2,58 \cdot {10^6} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 2,58 \cdot {10^6} + 2,60 \cdot {10^5}= 2,84 \cdot {10^6}\text{ Nm}^2/\text{m}$

**Effektive Biegesteifigkeit der Decke rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:**

$(EI)_{b,ef} = K_{clt,90}+(EI)_{Estrich}$

$(EI)_{b,ef} =6,79 \cdot {10^5} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 6,79 \cdot {10^5} + 2,60 \cdot {10^5}= 9,39 \cdot {10^5}\text{ Nm}^2/\text{m}$

## Schubsteifigkeit

**Schubkorrekturfaktor für einen 5-schichtigen Aufbau mit konstanten Schichtdicken nach Glg. (6):**

$\kappa={\kappa _\text{5s}} = {5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left( {3 + 2 \cdot {{{G_{90}}} \over {{G_0}}}} \right) \cdot \left( {960 \cdot {{{G_0}} \over {{G_{90}}}} + 883} \right)}}={5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left( {3 + 2 \cdot {{{72}} \over {{720}}}} \right) \cdot \left( {960 \cdot {{{720}} \over {{72}}} + 883} \right)}}=0,244$

Liegt keine konstante Schichtdicke vor, so ist der Schubkorrekturfaktor aus Glg. (4) oder mittels einer FE-Rechnung zu ermitteln. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Anwendung von [1].

**Effektive Schubsteifigkeit:**

${\left( {GA} \right)_{ef}} = \kappa \cdot \sum {\left( {{G_i} \cdot {A_i}} \right)} = 0,244 \cdot \left( {3 \cdot 720 \cdot 1000 \cdot 30 + 2 \cdot 72 \cdot 1000 \cdot 30 } \right) = 1,68 \cdot {10^7}{\text{ N}}$

# Nachweisführung

## Frequenzkriterium

### Eigenfrequenz $f_1$ bei 2-seitiger Lagerung (ohne Querverteilungswirkung):

${f_1} = {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left( {EI} \right)}_{I,ef}}} \over m}}= {\pi \over {2 \cdot {{4,6}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over {(825 + 2000)/9,81}}} = 7,38\text{ Hz}$

$f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,38\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$

Wenn die Schubverformung berücksichtigt wird, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=7,11\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

### Eigenfrequenz $f_1$ bei 4-seitiger Lagerung (mit Querverteilungswirkung):

${f_1} = {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left( {EI} \right)}_{I,ef}}} \over m}} \cdot \sqrt {1 + {{\left( {{L \over {{b_D}}}} \right)}^4} \cdot {{{\left( {EI} \right)}_{b,ef}}} \over {{{\left( {EI} \right)}_{I,ef}}}}}$

${f_1} = {\pi \over {2 \cdot {{4,6}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over {(825 + 2000)/9,81}}} \cdot \sqrt {1 + {{\left( {{{4,6} \over {5,0}}} \right)}^4} \cdot {{9,39 \cdot {{10}^5}} \over {2,84 \cdot {{10}^6}}}} = 7,38 \cdot 1,11 = 8,20\text{ Hz} > {f_{gr,I}} = 8,00\text{ Hz}$

Wenn die Schubverformung berücksichtigt wird, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=7,91\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

## Steifigkeitskriterium

### Mitwirkende Breite $b_F$ nach Glg. (NA.7.2-E3):

${b_F} = {L \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{{{\left( {EI} \right)}_{b,ef}}} \over {{{\left( {EI} \right)}_{I,ef}}}}} = {{4,6} \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{9,39 \cdot {{10}^5}} \over {2,84 \cdot {{10}^6}}}} = 3,17{\text{ m}}$

### Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$ ohne Anteil der Schubverformung:

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left( {EI} \right)}_{I,ef}} \cdot {b_F}}} =

${{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,6}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 2,96}} =2,25 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,22\text{ mm} < {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

**Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$ inkl. Anteil der Schubverformung:**

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left( {EI} \right)}_{I,ef}} \cdot {b_F}}} + {{F \cdot L} \over {4 \cdot {{\left( {GA} \right)}_{ef}} \cdot {b_F}}} = {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,6}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 2,96}} + {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot 4,6} \over {4 \cdot 1,68 \cdot {{10}^7} \cdot 2,96}} = 2,46 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,25\text{ mm} \le {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

## Schwingbeschleunigung

Da die erste Eigenfrequenz in manchen Fällen unter der Grenzfrequenz liegt, wird die Schwingbeschleunigung berechnet.

${a_{rms}} = {{0,4 \cdot \alpha \cdot {F_0}} \over {2 \cdot \zeta \cdot {M^*}}}$ mit $\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot {f_1}}}$ und ${M^*} = m \cdot {L \over 2} \cdot {b_F}$

${M^*} = {{\left( {825 + 2000} \right)} \over {9,81}} \cdot {{4,6} \over 2} \cdot 3,17 = 2100 \text{ kg}$

### 2-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

$\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot 7,38}} = 0,052$
${a_{rms}} = {{0,4 \cdot 0,052 \cdot 700} \over {2 \cdot 0,04 \cdot 2100}} = 0,09\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$

### 2-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

$\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot 7,11}} = 0,058$
${a_{rms}} = {{0,4 \cdot 0,058 \cdot 700} \over {2 \cdot 0,04 \cdot 2100}} = 0,10\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$

### 4-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

$\alpha = {e^{ - 0,4 \cdot 7,91}} = 0,042$
${a_{rms}} = {{0,4 \cdot 0,042 \cdot 700} \over {2 \cdot 0,04 \cdot 2100}} = 0,07\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$

# Zusammenfassung der Ergebnisse

## 2-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

| | | |
|---|---|---|
| Frequenzkriterium | $f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,38\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$ | <fc #008000>✔</fc> |

| | | |
|---|---|---|
| Steifigkeitskriterium | $w(1kN)=0,22 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$ | <fc #008000>✔</fc> |
| Schwingbeschleunigung | ${a_{rms}} = 0,09\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$ | <fc #ff0000>✘</fc> |
| **<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>** | | |

## 2-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

| | | |
|---|---|---|
| Frequenzkriterium | $f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,11\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$ | <fc #008000>✔</fc> |
| Steifigkeitskriterium | $w(1kN)=0,25 \text{ mm} ≤ w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$ | <fc #008000>✔</fc> |
| Schwingbeschleunigung | ${a_{rms}} = 0,10\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$ | <fc #ff0000>✘</fc> |
| **<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>** | | |

## 4-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

| | | |
|---|---|---|
| Frequenzkriterium | $f_1=8,20 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$ | <fc #008000>✔</fc> |
| Steifigkeitskriterium | $w(1kN)=0,22 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$ | <fc #008000>✔</fc> |
| Schwingbeschleunigung | - | nicht notwendig |
| **<fc #008000>Nachweis erfüllt</fc>** | | |

## 4-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

| | | |
|---|---|---|
| Frequenzkriterium | $f_{min}=4,5\text{ Hz} < f_1 = 7,91\text{ Hz} < f_{gr,I} = 8,00\text{ Hz}$ | <fc #008000>✔</fc> |
| Steifigkeitskriterium | $w(1kN)=0,25 \text{ mm} ≤ w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$ | <fc #008000>✔</fc> |
| Schwingbeschleunigung | ${a_{rms}} = 0,07\text{ m/s}^2 > a_{gr,I}=0,05\text{ m/s}^2$ | <fc #ff0000>✘</fc> |
| **<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>** | | |

# Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
**https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=clt:design:plate_loaded_out_of_plane:vibration:example:singlebeam&rev=1429860563**

Last update: **2019/02/21 10:30**
Printed on 2026/11/10 12:40