Schwingungsnachweis am Durchlaufträger mit Kragarm nach ÖNORM B 1995-1-1:2014

In diesem Beispiel wird eine durchlaufende und auskragende Wohnungsdecke mit schwerem Aufbau schwingungstechnisch nachgewiesen.

- **Spannweiten:** 4,1 m; 4,1 m; Auskragung 1,5 m
- **Querschnitt:** 5s á 30 mm
- **Material:** GL24h*
- **Eigengewicht der BSP-Platte:** $g_{1,k}$ = 0,825 kN/m²
- **ständige Lasten:** $g_{2,k}$ = 2,0 kN/m²
- **Nutzlast der Kategorie A:** q_k = 3,0 kN/m²

Querschnitt

System

Annahmen für die Schwingungsberechnung:

- Deckenklassse I nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E1
- Dämpfungsfaktor: ζ = 4,0% nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E5
- Breite des Deckenfeldes: b_D = 5,0 m
- Betonestrich (E = 25.000 N/mm²); Dicke: 50 mm

Plattenkennwerte

Materialparameter für GL24h*:

- E_0 = 11.600 N/mm²
- E_{90} = 0 N/mm²
- G = 720 N/mm²
- G_r = 72 N/mm²

Biegesteifigkeit

Biegesteifigkeit der BSP-Platte in Deckenspannrichtung:

${K_{clt}} = \sum {\left({{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left({{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$

${K_{clt}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left({3 \cdot {{{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03

$\cdot 1,0 \cdot {{0,06}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{(- 0,06)}^2}} \right) = 2,58 \cdot {10^6}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}}$

Biegesteifigkeit der BSP-Platte rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung:

${K_{clt,90}} = \sum {\left({{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left({{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$

${K_{clt,90}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left({2 \cdot {{{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{0,03}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{(- 0,03)}^2}} \right) = 6,79 \cdot {10^5}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}}$

Auszug aus ÖNORM B 1995-1-1:2014:
Die Biegesteifigkeit von Estrichen darf, im Allgemeinen ohne Angabe der Verbundwirkung, in der Berechnung berücksichtigt werden, wenn diese den geltenden Normen hinsichtlich Eigenschaften und Anforderungen sowie der Herstellung von Estrichen (gemäß ÖNORM EN 13813 und ÖNORM B 2232) entsprechen.

Effektive Biegesteifigkeit in Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:

$(EI)_{I,ef} = K_{clt}+(EI)_{Estrich}$

$(EI)_{I,ef} =2,58 \cdot {10^6} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 2,58 \cdot {10^6} + 2,60 \cdot {10^5}= 2,84 \cdot {10^6}\text{ Nm}^2/\text{m}$

Effektive Biegesteifigkeit der Decke rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:

$(EI)_{b,ef} = K_{clt,90}+(EI)_{Estrich}$

$(EI)_{b,ef} =6,79 \cdot {10^5} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 6,79 \cdot {10^5} + 2,60 \cdot {10^5}= 9,39 \cdot {10^5}\text{ Nm}^2/\text{m}$

Schubsteifigkeit

Schubkorrekturfaktor für einen 5-schichtigen Aufbau mit konstanten Schichtdicken nach Glg. (6):

$\kappa={\kappa _\text{5s}} = {5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left({3 + 2 \cdot {{{G_{90}}} \over {{G_0}}}} \right) \cdot \left({960 \cdot {{{G_0}} \over {{G_{90}}}} + 883} \right)}}={5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left({3 + 2 \cdot {{72}} \over {720}}} \right) \cdot \left({960 \cdot {{{720}} \over {{72}}} + 883} \right)}}=0,244$

Liegt keine konstante Schichtdicke vor, so ist der Schubkorrekturfaktor aus Glg. (4) oder mittels einer FE-Rechnung zu ermitteln. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Anwendung von [1].

Effektive Schubsteifigkeit:

$${\left({GA} \right)_{ef}} = \kappa \cdot \sum {\left({{G_i} \cdot {A_i}} \right)} = 0,244 \cdot \left({3 \cdot 720 \cdot 1000 \cdot 30 + 2 \cdot 72 \cdot 1000 \cdot 30 } \right) = 1,68 \cdot {10^7}{\text{ N}}$$

Nachweisführung

Frequenzkriterium

Für einen Durchlaufträger mit Kramarm liegt keine Formel zur Berechnung der Frequenz vor. Zur Abschätzung wird einmal der Kramarm vernachlässigt und dann nur der Kragarm betrachtet.

Vernachlässigung des Kragarms

Beiwert $k_{e,2}$ zur näherungsweisen Ermittlung der Eigenfrequenz von Durchlaufträgern (ohne Berücksichtigung des Kragarms):

Aus Tabelle NA.7.2-E3 folgt für $l_2/l = 4,1/4,1 = 1,00$ ein Beiwert $k_{e,2} = 1,00$.

Eigenfrequenz f_1 bei 2-seitiger Lagerung (ohne Querverteilungswirkung):

$${f_1} = k_{e,2} \cdot {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_{l,ef}}} \over m}}= 1,00 \cdot {\pi \over {2 \cdot {{4,1}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over {(825 + 2000)/9,81}}} = 9,27\text{ Hz}$$

Betrachtung eines Kragträgers (starre Einspannung) mit der Länge von 1,5 m

Beiwert $k_{e,1}$ aus Tabelle NA.7.2-E2: $k_{e,1} = 0,356$

$${f_1} = k_{e,1} \cdot {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_{l,ef}}} \over m}}= 0,356 \cdot {\pi \over {2 \cdot {{1,5}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over {(825 + 2000)/9,81}}} = 24,70\text{ Hz}$$

Da bei einem Durchlaufträger mit Kragarm keine starre, sondern eine elastische Einspannung vorliegt, ist die hier ermittelte Eigenfrequenz viel zu hoch!

Bei Durchlaufträgern mit Kragarm sollte die Eigenfrequenz auf jeden Fall genauer berechnet werden.

Berechnung der Eigenfrequenz des Durchlaufträgers mit Kragarm mit [1]

$${f_1} = 8,33 \text{ Hz} > {f_{gr,l}} = 8,00\text{ Hz}$$

Wenn zusätzlich noch die Schubverformung berücksichtigt wird, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=8,04\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

Steifigkeitskriterium

Auszug aus ÖNORM B 1995-1-1:2014:
Der Nachweis des Steifigkeitskriteriums kann bei durchlaufenden Deckensystemen vereinfacht mit der größten Feldweite am gelenkig gelagerten (Ersatz-)Einfeldträger geführt werden.

Mitwirkende Breite b_F nach Glg. (NA.7.2-E3):

${b_F} = {L \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{{{\left({EI} \right)}_{b,ef}}} \over {{{\left({EI} \right)}_{l,ef}}}}} = {{4,1} \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{9,39 \cdot {{10}^5}} \over {2,84 \cdot {{10}^6}}}} = 2,83{\text{ m}}$

Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$ ohne Anteil der Schubverformung:

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left({EI} \right)}_{l,ef}} \cdot {b_F}}} = {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,1}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 2,83}} =1,79 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,18\text{ mm} < {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

Mitwirkende Breite bei einem Kragträger? Bzw. soll beim Kragträger die Einzellast ganz am Ende aufgebracht werden, denn dann geht sich das Steifigkeitskriterium mit Sicherheit nur in den seltensten Fällen aus.

Wird die Durchlaufwirkung (Auskragung vernachlässigt) beim Steifigkeitskriterium berücksichtigt, ergibt sich eine Durchbiegung von <fc #ff0000>$w(1\text{kN}) = 0,13 \text{ mm}$</fc> (mit [1] ermittelt).

Werden die Durchlaufwirkung sowie die Auskragung beim Steifigkeitskriterium berücksichtigt, ergibt sich eine Durchbiegung von <fc #ff0000>$w(1\text{kN}) = 1,29 \text{ mm}$ (b_F am Kragträger?)</fc> (mit [1] ermittelt).

Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$ inkl. Anteil der Schubverformung:

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left({EI} \right)}_{l,ef}} \cdot {b_F}}} + {{F \cdot L} \over {4 \cdot {{\left({GA} \right)}_{ef}} \cdot {b_F}}} = {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,1}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 2,83}} + {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot 4,1} \over {4 \cdot 1,68 \cdot {{10}^7} \cdot 2,83}} = 2,00 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,20\text{ mm} > {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

Wird die Durchlaufwirkung (Auskragung vernachlässigt) beim Steifigkeitskriterium berücksichtigt, ergibt sich eine Durchbiegung von <fc #ff0000>$w(1\text{kN}) = 0,15 \text{ mm}$</fc> (mit [1] ermittelt).

Werden die Durchlaufwirkung sowie die Auskragung berücksichtigt, ergibt sich eine Durchbiegung

von <fc #ff0000>$w(1\text{kN}) = 1,43 \text{ mm}$ (b_F am Kragträger?)</fc> (mit [1] ermittelt).

Schwingbeschleunigung

Da die erste Eigenfrequenz größer als der Grenzwert des Frequenzkriteriums ist, ist kein Nachweis der Schwingbeschleunigung erforderlich.

Zusammenfassung der Ergebnisse

2-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_1=8,33 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium am (Ersatz-)Einfeldträger	$w(1kN)=0,18 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium am Durchlaufträger	$w(1kN)=1,29 \text{ mm} > w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #ff0000>✘</fc>
Schwingbeschleunigung	-	nicht notwendig
<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>		

2-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_1=8,04 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium am (Ersatz-)Einfeldträger	$w(1kN)=0,20 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #008000>✔</fc>
Steifigkeitskriterium am Durchlaufträger	$w(1kN)=1,43 \text{ mm} > w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	<fc #ff0000>✘</fc>
Schwingbeschleunigung	-	nicht notwendig
<fc #ff0000>Nachweis nicht erfüllt</fc>		

Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=clt:design:plate_loaded_out_of_plane:vibration:example:continuousbeamwithcantilever&rev=1430121238

Last update: **2019/02/21 10:30**
Printed on 2026/11/10 07:35