BSP, Schwingungen, Berechnungsbeispiel

Schwingungsnachweis am Durchlaufträger nach ÖNORM B 1995-1-1:2014

In diesem Beispiel wird eine dreifeldrige Wohnungsdecke mit schwerem Aufbau schwingungstechnisch nachgewiesen.

- **Spannweiten:** 4,7 m; 2,5 m; 4,7 m
- **Querschnitt:** 5s á 30 mm
- **Material:** GL24h*
- **Eigengewicht der BSP-Platte:** $g_{1,k}$ = 0,825 kN/m²
- **ständige Lasten:** $g_{2,k}$ = 2,0 kN/m²
- **Nutzlast der Kategorie A:** q_k = 3,0 kN/m²

Querschnitt

System

Annahmen für die Schwingungsberechnung:

- Deckenklassse I nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E1
- Dämpfungsfaktor: ζ = 4,0% nach ÖNORM B 1995-1-1:2014 Tabelle NA.7.2-E5
- Breite des Deckenfeldes: b_D = 5,0 m
- Betonestrich (E = 25.000 N/mm²); Dicke: 50 mm

Plattenkennwerte

Materialparameter für GL24h*:

- E_0 = 11.600 N/mm²
- E_{90} = 0 N/mm²
- G = 720 N/mm²
- G_r = 72 N/mm²

Biegesteifigkeit

Biegesteifigkeit der BSP-Platte in Deckenspannrichtung:

${K_{clt}} = \sum {\left({{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left({{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$

$${K_{clt}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left({3 \cdot {{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{0,06}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{(- 0,06)}^2}} \right) = 2,58 \cdot {10^6}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}$$

Biegesteifigkeit der BSP-Platte rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung:

$${K_{clt,90}} = \sum {\left({{I_i} \cdot {E_i}} \right)} + \sum {\left({{A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}} \right)}$$

$${K_{clt,90}} = 11.600 \cdot {10^6} \cdot \left({2 \cdot {{{0,03}^3} \cdot 1,0} \over {12}} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{0,03}^2} + 0,03 \cdot 1,0 \cdot {{(- 0,03)}^2}} \right) = 6,79 \cdot {10^5}{\text{ Nm}}^2{\text{/m}}$$

Auszug aus ÖNORM B 1995-1-1:2014:
Die Biegesteifigkeit von Estrichen darf, im Allgemeinen ohne Angabe der Verbundwirkung, in der Berechnung berücksichtigt werden, wenn diese den geltenden Normen hinsichtlich Eigenschaften und Anforderungen sowie der Herstellung von Estrichen (gemäß ÖNORM EN 13813 und ÖNORM B 2232) entsprechen.

Effektive Biegesteifigkeit in Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:

$$(EI)_{I,ef} = K_{clt}+(EI)_{Estrich}$$

$$(EI)_{I,ef} =2,58 \cdot {10^6} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 2,58 \cdot {10^6} + 2,60 \cdot {10^5}= 2,84 \cdot {10^6}\text{ Nm}^2/\text{m}$$

Effektive Biegesteifigkeit der Decke rechtwinkelig zur Deckenspannrichtung inkl. Eigenbiegesteifigkeit des Estrichs:

$$(EI)_{b,ef} = K_{clt,90}+(EI)_{Estrich}$$

$$(EI)_{b,ef} =6,79 \cdot {10^5} + 2,50 \cdot {10^{10}} \cdot {{1,0 \cdot {{0,05}^3}} \over {12}} = 6,79 \cdot {10^5} + 2,60 \cdot {10^5}= 9,39 \cdot {10^5}\text{ Nm}^2/\text{m}$$

Schubsteifigkeit

Schubkorrekturfaktor für einen 5-schichtigen Aufbau mit konstanten Schichtdicken nach dieser Glg. für κ:

$$\kappa={\kappa _\text{5s}} = {5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left({3 + 2 \cdot {{{G_{90}}} \over {{G_0}}}} \right) \cdot \left({960 \cdot {{{G_0}} \over {{G_{90}}}} + 883} \right)}}={5 \over 6} \cdot {1 \over {{1 \over {{{99}^2}}} \cdot \left({3 + 2 \cdot {{72}} \over {{720}}} \right) \cdot \left({960 \cdot {{720}} \over {{72}}} + 883} \right)}}=0,244$$

Liegt keine konstante Schichtdicke vor, so ist der Schubkorrekturfaktor aus dieser Glg. oder

mittels einer FE-Rechnung zu ermitteln. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Anwendung von [1].

Effektive Schubsteifigkeit:

${\left({GA} \right)_{ef}} = \kappa \cdot \sum {\left({{G_i} \cdot {A_i}} \right)} = 0,244 \cdot \left({3 \cdot 720 \cdot 1000 \cdot 30 + 2 \cdot 72 \cdot 1000 \cdot 30 } \right) = 1,68 \cdot {10^7}{\text{ N}}$

Nachweisführung

Frequenzkriterium

Beiwert $k_{e,2}$ zur näherungsweisen Ermittlung der Eigenfrequenz von Durchlaufträgern:

Aus Tabelle NA.7.2-E3 folgt mittels linearer Interpolation für $l_2/l = 2,5/4,7 = 0,53$ ein Beiwert $k_{e,2} = 1,2709$.

Die in der Norm angegebenen Werte in Tabelle NA.7.2-E3 gelten streng genommen nur für Zweifeldträger. Hier liegt ein Dreifeldträger mit symmetrischen Spannweiten vor. Für diesen Fall sind Tabellenwerte in Petersen [2] auf S. 500 zu finden. Für andere Systeme sind genauere Berechnungsmethoden, wie z.B. FEM oder die MORLEIGH-Formel (siehe [2] S. 214) zu verwenden.

Eigenfrequenz f_1 bei 2-seitiger Lagerung (ohne Querverteilungswirkung):

${f_1} = k_{e,2} \cdot {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_{l,ef}}} \over m}}= 1,2709 \cdot {\pi \over {2 \cdot {{4,7}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over {(825 + 2000)/9,81}}} = 8,98\text{ Hz} > {f_{gr,l}} = 8,00\text{ Hz}$

Wird die Durchlaufträgerwirkung mittels genauerer Berechnungsmethode (z.B. FEM oder MORLEIGH-Formel (siehe [2] S. 214)) berücksichtigt, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=8,63\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

Wenn zusätzlich noch die Schubverformung berücksichtigt wird, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=8,19\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

Eigenfrequenz f_1 bei 4-seitiger Lagerung (mit Querverteilungswirkung):

${f_1} = k_{e,2} \cdot {\pi \over {2 \cdot {L^2}}} \cdot \sqrt {{{{{\left({EI} \right)}_{l,ef}}} \over m}} \cdot \sqrt {1 + {{\left({{L_{min}} \over {{b_D}}} \right)}^4} \cdot {{{\left({EI} \right)}_{b,ef}}} \over {{{\left({EI} \right)}_{l,ef}}}}}$

${f_1} = k_{e,2} \cdot {\pi \over {2 \cdot {{4,7}^2}}} \cdot \sqrt {{{2,84 \cdot {{10}^6}} \over

{(825 + 2000)/9,81}}} \cdot \sqrt {1 + {{\left({{{2,5} \over {5,0}}} \right)}^4} \cdot {{9,39 \cdot {{10}^5}} \over {2,84 \cdot {{10}^6}}}} = 8,98 \cdot 1,01 = 9,07\text{ Hz} > {f_{gr,I}} = 8,00\text{ Hz}$

Wird die Durchlaufträgerwirkung mittels genauerer Berechnungsmethode (z.B. FEM oder MORLEIGH-Formel (siehe [2] S. 214)) berücksichtigt, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=8,72\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

Wenn zusätzlich noch die Schubverformung berücksichtigt wird, ergibt sich eine Eigenfrequenz von $f_1=8,27\text{ Hz}$ (mit [1] ermittelt).

Steifigkeitskriterium

Auszug aus ÖNORM B 1995-1-1:2014:
Der Nachweis des Steifigkeitskriteriums kann bei durchlaufenden Deckensystemen vereinfacht mit der größten Feldweite am gelenkig gelagerten (Ersatz-)Einfeldträger geführt werden.

Mitwirkende Breite b_F nach Glg. (NA.7.2-E3):

${b_F} = {L \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{{{\left({EI} \right)}_{b,ef}}} \over {{{\left({EI} \right)}_{I,ef}}}}} = {{4,7} \over {1,1}} \cdot \root 4 \of {{{9,39 \cdot {{10}^5}} \over {2,84 \cdot {{10}^6}}}} = 3,24{\text{ m}}$

Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$ ohne Anteil der Schubverformung:

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left({EI} \right)}_{I,ef}} \cdot {b_F}}} = {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,7}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 3,24}} =2,35 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,24\text{ mm} < {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

Wird die Durchlaufwirkung beim Steifigkeitskriterium berücksichtigt, ergibt sich eine Durchbiegung von $w(1\text{kN}) = 0,15 \text{ mm}$ (mit [1] ermittelt).

Durchbiegung infolge einer vertikal wirkenden statischen Einzellast $F = 1\text{ kN}$ inkl. Anteil der Schubverformung:

$w(1\text{kN}) = {{F \cdot {L^3}} \over {48 \cdot {{\left({EI} \right)}_{I,ef}} \cdot {b_F}}} + {{F \cdot L} \over {4 \cdot {{\left({GA} \right)}_{ef}} \cdot {b_F}}} = {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot {{4,7}^3}} \over {48 \cdot 2,84 \cdot {{10}^6} \cdot 3,24}} + {{1,0 \cdot {{10}^3} \cdot 4,7} \over {4 \cdot 1,68 \cdot {{10}^7} \cdot 3,24}}$

$w(1\text{kN}) =2,35 \cdot {10^{ - 4}}+0,21 \cdot {10^{ - 4}} =2,56 \cdot {10^{ - 4}}\text{ m} = 0,26\text{ mm} > {w_{gr,I}} = 0,25\text{ mm}$

Wird die Durchlaufwirkung berücksichtigt, ergibt sich eine Durchbiegung von $w(1\text{kN}) = 0,17 \text{ mm}$ (mit [1] ermittelt).

Schwingbeschleunigung

Da die erste Eigenfrequenz größer als der Grenzwert des Frequenzkriteriums ($f_{gr,I}=8,00\text{ Hz}$) ist, ist kein Nachweis der Schwingbeschleunigung erforderlich.

Zusammenfassung der Ergebnisse

2-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_1=8,98 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$	✔
Steifigkeitskriterium am (Ersatz-)Einfeldträger	$w(1kN)=0,24 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	✔
Steifigkeitskriterium am Durchlaufträger	$w(1kN)=0,15 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	✔
Schwingbeschleunigung	-	nicht erforderlich
Nachweis erfüllt		

2-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_1=8,19 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$	✔
Steifigkeitskriterium am (Ersatz-)Einfeldträger	$w(1kN)=0,26 \text{ mm} > w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	✘
Steifigkeitskriterium am Durchlaufträger	$w(1kN)=0,17 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	✔
Schwingbeschleunigung	-	nicht erforderlich
Nachweis nur erfüllt, wenn Durchlaufwirkung berücksichtigt wird.		

4-seitige Lagerung ohne Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_1=9,07 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$	✔
Steifigkeitskriterium am (Ersatz-)Einfeldträger	$w(1kN)=0,24 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	✔
Steifigkeitskriterium am Durchlaufträger	$w(1kN)=0,15 \text{ mm} < w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	✔
Schwingbeschleunigung	-	nicht erforderlich
Nachweis erfüllt		

4-seitige Lagerung unter Berücksichtigung der Schubverformung

Frequenzkriterium	$f_1=8,27 \text{ Hz} > f_{gr,I}=8,00 \text{ Hz}$	✔
Steifigkeitskriterium am (Ersatz-)Einfeldträger	$w(1kN)=0,26 \text{ mm} > w_{gr,I}=0,25 \text{ mm}$	✘

Steifigkeitskriterium am Durchlaufträger	$w(1kN)=0,17 \text{ mm} < w_{gr,l}=0,25 \text{ mm}$	✔
Schwingbeschleunigung	-	nicht erforderlich
Nachweis nur erfüllt, wenn Durchlaufwirkung berücksichtigt wird.		

Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=clt:design:plate_loaded_out_of_plane:vibration:example:continuousbeam&rev=1511953273

Last update: **2019/02/21 10:30**
Printed on 2026/11/10 07:18