Beispiele Plattenbiegung: Nachweise für die Grenzzustände der Tragfähigkeit (ULS) und der Gebrauchstauglichkeit (SLS)

Im Folgenden wird die Nachweisführung für die Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit für eine 5-schichtige BSP-Platte (34/22/34/22/34) auf Basis des Modells „BSP-Graz“ gezeigt.

Grundlagen für die Nachweisführung: statisches System

Im Folgenden wird die Bemessung für ein Deckenelement (siehe Abb. 1) gezeigt. Angaben über das statische System, zu den untersuchten Einwirkungen sowie zu den Einwirkungskombinationen sind dem Kapitel Beispiel eines zweigeschossigen Wohnbaus zu entnehmen.

Abb. 1: Decke des Erdgeschosses mit Elementeinteilung

Im Falle des gezeigten Beispiels liegt der Geometrieparameter L/H der 5-schichtigen Brettsperrholzplatte mit 3450/146 bei rund 23,5. Aus diesem Grund werden die Nachweise für die Grenzzustände der Tragfähigkeit (ULS) und der Gebrauchstauglichkeit (SLS) auf Basis des schubnachgiebigen Balkens gezeigt.

Wie oben beschrieben, besteht die Decke des Erdgeschosses aus drei nebeneinanderliegenden dreifeldrigen Plattenstreifen mit Decklagenorientierung in Längsrichtung des Gebäudes. Aufgrund der ungünstigen Plattengeometrie (B/L = 2), den geringen Steifigkeiten der BSP-Platte in Querrichtung sowie den Momentengelenken an den Plattenlängskanten (siehe Abb. 1) wirkt die Decke statisch als Durchlaufträger mit geringer Tragwirkung in Querrichtung. Dies gilt neben der Berechnung der Spannungen über den Querschnitt vor allem für die Berechnung der Plattendurchbiegungen und für die Nachweise gegenüber störenden Schwingungen.

Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) – Nachweise für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation

Bemessungsschnittgrößen für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation:

Folgende Bemessungsschnittgrößen, maximale Querkraft V_d, maximales Moment M_d sowie die maximale Auflagerkraft P_d am ersten Mittelauflager, der Decke, siehe Kapitel Beispiel eines zweigeschossigen Wohnbaus unter Schnittgrößen Decke EG, werden für die Bemessung des Brettsperrholzelementes verwendet.

$M_d=M_{max} = 11,36 \text{ kNm}$
$V_d=V_{max} = 15,85 \text{ kN}$
$P_d=P_{max} = 27,58 \text{ kN}$

Die maximalen Beanspruchungen des Plattenelementes treten dabei an den in Abb. 2 markierten Stellen auf. Das Biegemoment tritt dabei im Feldbereich 1,97 m vom linken Auflager entfernt auf.

Abb. 2: Stellen der Nachweisführung im Grenzzustand der Tragfähigkeit: maximale Schnittgrößen

Bemessungskenngrößen: Modell „BSP-Graz“, k_{mod} = 0,80; γ_M = 1,25

Im Folgenden werden die Bemessungswerte der Festigkeiten wie unter Punkt Festigkeitskenngrößen nach dem Modell „BSP-Graz“ gezeigt auf Basis des Modells „BSP-Graz“ unter Berücksichtigung von EN 1990-1:2004 [1] ermittelt. Der Modifikationsbeiwert k_{mod} für Brettsperrholz ergibt sich für die Nutzungsklasse 1 (Wohngebäude) mit 0,80. Aufgrund der nicht bekannten Ausgangsdaten des BSP-Produktes ($f_{t,0,l,k}$, COV_t der Bretter) werden für die weitere Nachweisführung die Biegekenngrößen für GL 24h herangezogen.

${f_{m,clt,d}} = {k_l} \cdot {{{k_{\bmod }} \cdot {f_{m,glt,k}}} \over {{\gamma _M}}} = 1,1 \cdot {{0,80 \cdot 24,0} \over {1,25}} = 16,9\text{ N/mm}^2$ (k_h bleibt unberücksichtigt)

${f_{c,clt,90,d}} = {{{k_{\bmod }} \cdot {f_{c,glt,90,k}}} \over {{\gamma _M}}} = {{0,80 \cdot 2,7} \over {1,25}} = 1,73\text{ N/mm}^2$

${f_{v,clt,d}} = {{{k_{\bmod }} \cdot {f_{v,clt,k}}} \over {{\gamma _M}}} = {{0,80 \cdot 3,0} \over {1,25}} = 1,92\text{ N/mm}^2$

${f_{r,clt,d}} = {{{k_{\bmod }} \cdot {f_{r,clt,k}}} \over {{\gamma _M}}} = {{0,80 \cdot 1,25} \over {1,25}} = 0,8\text{ N/mm}^2$

Steifigkeitseigenschaften: Modell „BSP-Graz“:

Folgende Materialkennwerte werden für die Bemessung des BSP-Elementes den Einzelschichten des geschichteten Querschnitts zugrunde gelegt, die Materialkenngrößen orientieren sich an der vergleichbaren Brettschichtholzfestigkeitsklasse nach EN 1194:1999, siehe [2].

$E_{0,mean} = 11600 \text{ N/mm²}$
$G_{0,mean} = 720 \text{ N/mm²}$
$G_{90,mean} = 72 \text{ N/mm²}$

Steifigkeitskenngrößen für den 5-schichtigen BSP-Querschnitt

Abb. 3: Querschnittsaufbau der 5-schichtigen Platte mit Querschnittsabmessungen [mm]

- Biegesteifigkeit K_{clt} des 5-schichtigen Querschnitts:

Die Biegesteifigkeit des in Abb. 3 gezeigten Querschnitts ergibt sich zu:

${K_{clt}} = \sum {({J_i} \cdot {E_i}) + \sum {({A_i} \cdot {e_i}^2 \cdot {E_i}) = 3 \cdot 1000 \cdot {{{{34}^3}} \over {12}} \cdot 11600 + 2 \cdot 1000 \cdot 34 \cdot {{56}^2} \cdot 11600} }$

${K_{clt}} = 2,588 \cdot {{10}^{12}}\text{ Nmm}^2$

- Schubsteifigkeit S_{clt} des 5-schichtigen Querschnitts:

Für die Schubsteifigkeit des geschichteten Brettsperrholzes unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Materialeigenschaften der Einzellagen und des Schubkorrekturfaktors ergibt sich wie folgt:

${S_{ges}} = \sum {({G_i} \cdot {A_i}) = 720 \cdot 3 \cdot 34 \cdot 1000 + 72 \cdot 2 \cdot 22 \cdot 1000 = 7,661 \cdot {{10}^7}\text{ N}} $

Für diese 5-schichtige Brettsperrholzplatte mit den oben angeführten Materialeigenschaften und den oben definierten geometrischen Abmessungen gilt für den Schubkorrekturfaktor bei Auswertung von Glg. 4: κ = 0,256. Bei der näherungsweisen Bestimmung des Schubkorrekturfaktors nach Abb. 4 gilt für den Schubkorrekturfaktor: κ = 0,24. Den weiteren Berechnungen wird κ = 0,256 zugrunde gelegt.

Abb. 4: a) Schubkorrekturfaktor für geschichtete Querschnitte mit konstanten Einschichtstärken; b) Schubkorrekturfaktor für 3- und 5-schichtige Querschnitte mit variablen Einzelschichtstärken

${S_{clt}} = {S_{ges}} \cdot \kappa = 7,661 \cdot {10^7} \cdot 0,256 = 1,961 \cdot {10^7}\text{ N}$

Anmerkung: Wie bereits oben erwähnt ist der Schubmodul der Querlagen G_{90} nicht entsprechend E_{90} null zu setzten, (vgl. E_{90} = 0).

Die oben berechneten Steifigkeitseigenschaften (K_{clt} und S_{clt}) werden zur Berechnung der Bemessungsschnittgrößen und der Balkenverformungen (Stabwerksprogramm RStab Version 5.15) verwendet.

Normalspannungsnachweise in der maßgebenden Längslage – Rand:

- Für die maximale Rand-Normalspannung gilt:

${\sigma _{Rand,d}} = {{{M_d}} \over {{K_{clt}}}} \cdot \left({{e_i} + {{{t_i}} \over 2}} \right) \cdot {E_i} = {{11,36 \cdot {{10}^6}} \over {2,588 \cdot {{10}^{12}}}} \cdot {{146} \over 2} \cdot 11600 = 3,72\text{ N/mm}^2$

- Nachweis:

${{{\sigma _{Rand,d}}} \over {{f_{m,clt,d}}}} \le 1,0$

${{{\sigma _{Rand,d}}} \over {{f_{m,clt,d}}}} = {{3,72} \over {16,9}} = 0,22 \le 1,0$ → 22%

Schubspannungsnachweis in der maßgebenden Längslage:

Für die maßgebende Längslage eines Brettsperrholzelementes ist der Schubspannungsnachweis mit dem oben erwähnten Bemessungswert der Schubfestigkeit $f_{v,clt,d}$ zu führen.

- Für die maximale Schubspannung in der maßgebenden Längslage gilt:

${\tau _{v,d}} = {{{V_{\max ,d}} \cdot \sum {({S_m} \cdot {E_m})} } \over {{K_{clt}} \cdot {b_i}}} =$

$= {{15,85 \cdot {{10}^3}} \over {2,588 \cdot {{10}^{12}} \cdot 1000}} \cdot \left({11600 \cdot 34 \cdot 1000 \cdot 56 + 11600 \cdot 1000 \cdot {{{{17}^2}} \over 2}} \right) = 0,146\text{ N/mm}^2$

- Nachweis:

${{{\tau _{v,d}}} \over {{f_{v,clt,d}}}} \le 1,0$

${{{\tau _{v,d}}} \over {{f_{v,clt,d}}}} = {{0,146} \over {1,92}} = 0,08 \le 1,0$ → 8%

Abb. 5: Definitionen am Querschnitt zur Bestimmung der statischen Momente

Anmerkung: Für die statischen Momente Abb. 5 a und b ergeben sich aufgrund der Annahme E_{90} = 0 idente Werte. Dies spiegelt sich im konstanten Schubspannungsverlauf in Dickenrichtung in den Querlagen wider.

Schubspannungsnachweis in der maßgebenden Querlage:

Bei der Bemessung von BSP-Elementen sind aufgrund der geschichteten Struktur für die Querlagen Schubspannungsnachweise mit dem Rollschubfestigkeitskennwert $f_{r,clt,k}$ zu führen. Aufgrund der geringen Festigkeitskenngröße $f_{r,clt,k}$ für diese Art der Beanspruchung – Schubbeanspruchung senkrecht zur Faserrichtung, d. h. Rollschubbeanspruchung in den Querlagen – tritt der maßgebende Schubspannungsnachweis des Querschnitts meist in einer Querlage auf.

- Für die maximale Rollschubspannung in der Querlage gilt:

${\tau _{r,d}} = {{{V_{\max ,d}} \cdot {{\sum {({S_m} \cdot E} }_m})} \over {{K_{clt}} \cdot {b_i}}} = {{15,85 \cdot {{10}^3}} \over {2,588 \cdot {{10}^{12}} \cdot 1000}} \cdot (11600 \cdot 34 \cdot 1000 \cdot 56) = 0,135\text{ N/mm}^2$

- Nachweis:

${{{\tau _{r,d}}} \over {{f_{r,clt,d}}}} \le 1,0$

${{{\tau _{r,d}}} \over {{f_{r,clt,d}}}} = {{0,135} \over {0,80}} = 0,17 \le 1,0$ → 17%

Anmerkung: Für Querschnitte deren gewichteter Flächenschwerpunkt in einer Längslage liegt (z. B. 5-schichtiger Querschnitt) tritt somit der maßgebende Nachweis nicht in Zusammenhang mit der maximalen Schubspannung auf.

Veranschaulichung der Spannungsverläufe über den Querschnitt:

Abb. 6: Normal- und Schubspannungsverläufe über den Querschnitt für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation

Nachweise der maximalen Querdruckbeanspruchung im Bereich des linken Mittelauflagers:

Die maximale Auflagerkraft ergibt sich für das linke Mittelauflager entsprechend der vorher gezeigten Einwirkungskombination. Die maximale Auflagerfläche pro Meter Plattenbreite ergibt sich unter Berücksichtigung der verwendeten BSP-Wandelemente (l/q/l = 30/34/30) für die Bruttoaufstandsfläche wie folgt:

${A_{90}} = \sum\nolimits_n {ti \cdot b + 30 \cdot b = (30 + 34 + 30) \cdot 1000 + 2 \cdot 30 \cdot 1000 = 154000\text{ mm}^2} $

Die nutzbare Auflagerfläche beschränkt sich dabei auf die zwei vertikal orientierten äußeren Einzellagen des 3-schichtigen Wandelementes. Für den Querdrucknachweis wird ein Querdruckbeiwert $k_{c,90}$ von 1,75 in Rechnung gestellt.

${\sigma _d} = {{{P_d}} \over {{A_{90}}}} = {{27,58 \cdot {{10}^3}} \over {154000}} = 0,18\text{ N/mm}^2$

- Nachweis:

${{{\sigma _d}} \over {{k_{c,90}} \cdot {f_{c,clt,90,d}}}} \le 1,0$

${{{\sigma _d}} \over {{k_{c,90}} \cdot {f_{c,clt,90,d}}}} = {{0,18} \over {1,75 \cdot 1,73}} = 0,06 \le 1,0$ → 6%

Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) nach ON EN 1995-1-1:2009 – Verformung

Grenzwerte der Durchbiegung von Biegestäben:

Für die Grenzwerte der Durchbiegungsbeschränkung gelten die in Tab. 1 angegebenen Werte. Die Grenzwerte werden wie in ON B 1995-1-1:2009 [3] angeführt verwendet.

Tab. 1: Nachweiskombinationen nach ON EN 1995-1-1:2009 zu führen

			Nachweiskombination	**Grenzwert**
Anfangsverformung	t = 0	w_{inst}	$w_{inst,G} + w_{inst,Q}$	l / 300
Endverformung	t = ∞	w_{fin}	$w_{inst} + w_{creep}$	l / 150
	t = ∞	$w_{net,fin}$	$w_{fin} – w_c$	l / 250

$w_{inst,G}$	mit	${E_d} = \sum\nolimits_{i \ge 1} {{G_{k,i}}} $	Anfangsverformung zufolge Eigengewicht G
$w_{inst,Q}$	mit	${E_d} = {Q_{k,1}} + \sum\nolimits_{i > 1} {{\psi _{0,i}} \cdot {Q_{k,i}}} $	Anfangsverformung zufolge Nutzlast Q
$w_{inst,Q,perm}$	mit	${E_d} = \sum\nolimits_{i \ge 1} {{\psi _{2,i}} \cdot {Q_{k,i}}} $	Anfangsverformung zufolge quasi ständiger Nutzlast
w_c			Überhöhungen i. A. bei BSP-Elementen = 0
${w_{creep}} = ({w_{inst,G}} + {w_{inst,Q,perm}}) \cdot {k_{def}}$			Kriechanteil des ständigen u. quasi ständigen Lastanteils

Anmerkung: Die Vorkrümmung ausgedrückt durch wc wird für BSP-Platten i. A. mit Null angenommen. Derzeit werden in der Massenfertigung keine BSP-Platten mit Überhöhung hergestellt, obwohl die technische Machbarkeit gegeben ist. Ausnahmen stellen evt. nachträglich zu kombinierten Querschnitten verklebte Bauteile dar.

Teilsicherheitsbeiwerte – Deformationsbeiwert für die Nutzungsklasse 1:

$\gamma_G = \gamma_Q = 1,0$

$k_{def} = 0,85$

Berechnung der Verformungen:

Die Verformungen sind unter Verwendung der Schub- und Biegesteifigkeitseigenschaften (siehe Grundlagen für die Verformungsberechnungen für Brettsperrholz) anhand des Stabwerkprogrammes RStab bestimmt worden.

- Für die ständigen Lasten im Feld 1 gilt (siehe Lastbilder mit den zugehörigen Schnittgrößen):

${w_{{\mathop{\rm in}\nolimits} st,G}} = 3,12\text{ mm}$

- Für die veränderlichen Lasten im Feld 1 aus ungünstiger Lastaufstellung gilt (siehe Lastbilder mit den zugehörigen Schnittgrößen):

${w_{inst,Q}} = 3,21 + 0,30 = 3,51\text{ mm}$

- Für den Kriechanteil gilt:

${w_{inst,Q,perm}} = {\psi _{2,1}} \cdot {w_{inst,Q}} = 0,3 \cdot 3,51 = 1,05\text{ mm}$

${w_{creep}} = ({w_{inst,G}} + {w_{inst,Q,perm}}) \cdot {k_{def}} = (3,12 + 1,05) \cdot 0,85 = 3,54\text{ mm}$

Anfangsverformung: $w_{inst} = w_{inst,G} + w_{inst,Q}$

- Nachweis:

$3,12 + 3,51 = 6,63\text{ mm} \le {L \over {300}} = {{4600} \over {300}} = 15,3\text{ mm}$ → 43%

Endverformung mit Berücksichtigung der kriechrelevanten Lastanteile: ${w_{fin}} = {w_{inst}} + {w_{creep}}$

- Nachweis:

$6,63 + 3,54 = 10,17\text{ mm} \le {L \over {150}} = {{4600} \over {150}} = 30,67\text{ mm}$ → 33%

Nettoendverformung mit Berücksichtigung der kriechrelevanten Lastanteile: ${w_{net,fin}}

= {w_{fin}} - {w_c}$

- Nachweis:

$10,17 - 0 = 10,17\text{ mm} \le {L \over {250}} = {{4600} \over {250}} = 18,4\text{ mm}$ → 55%

Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) nach ON B 1995-1-1:2009 – Verformung

Tab. 2: Nachweiskombinationen nach ON B 1995-1-1:2009 [3] zu führen:

		Nachweiskombination	Grenzwert
Charakteristische (seltene) Kombination	$t = 0$	$w_{inst,Q}$	l / 300
	$t = \infty$	$w_{inst,Q} + (w_{inst,G} + w_{inst,Q,perm}) \cdot k_{def}$	l / 200
Quasi-ständige Kombination	$t = \infty$	$(w_{inst,G} + w_{inst,Q,perm}) \cdot (1 + k_{def}) - w_c$	l / 250

Charakteristische Einwirkungskombination – t = 0: ${w_{inst,Q}} \le L/300$

- Nachweis:

$3,51\text{ mm} \le L/300 = 4600/300 = 15,3\text{ mm}$ → 23%

Charakteristische Einwirkungskombination – t = ∞: ${w_{inst,Q}} + ({w_{inst,G}} + {w_{inst,Q,perm}}) \cdot {k_{def}} \le L/200$

- Nachweis:

$3,51 + (3,12 + 1,05) \cdot 0,85 = 7,05\text{ mm} \le L/200 = 4600/200 = 23\text{ mm}$ → 31%

Quasi-ständige Einwirkungskombination – t = ∞: $({w_{inst,G}} + {w_{inst,Q,perm}}) \cdot (1 + {k_{def}}) - {w_c} \le L/250$

- Nachweis:

$(3,12 + 1,05) \cdot (1 + 0,85) = 7,71\text{ mm} \le L/250 = 4600/250 = 18,4\text{ mm}$ → 42%

Zusammenfassung der Ergebnisse für die einzelnen Nachweise

Tab. 3: Ausnutzungsgrade des BSP-Platte für die einzelnen Nachweises

Ausnutzungsgrade		
ULS nach dem Modell „BSP-Graz“	M	22 %
	$V_{Längslagen}$	8 %
	$V_{Querlagen}$	17 %
	Auflagerdetail	6 %

Ausnutzungsgrade			
ON EN 1995-1-1:2009 [4]	Verformung	w_{inst}	43 %
		w_{fin}	33 %
		$w_{net,fin}$	55 %
ON B 1995-1-1:2009 [3]	Verformung	t=0	23 %
		chark. t=∞	31 %
		ständ. t=∞	42 %

Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=bsphandbuch:design:plate_loaded_out_of_plane:example&rev=1433943835

Last update: **2019/02/21 10:21**
Printed on 2026/11/09 20:59