Scheibennachweise

Grundlagen der Scheibentheorie und Tragfähigkeitsnachweise für BSP-Strukturen

Einleitung

Im folgenden Kapitel wird die statische Berechnung von Wandscheiben als Teil von Gebäuden sowohl in Bezug auf deren Steifigkeiten als auch hinsichtlich der Tragfähigkeit dargestellt. Eine typische Wandscheibe ist in Abb. 1 dargestellt.



Abb. 1: Reduktion: Von der BSP-Scheibe eines Gebäudes über das RVE (Repräsentatives Volumen-Element) bis zum RVSE (Repräsentatives Volumen-Sub-Element)

Das RVE (Repräsentatives Volumen-Element) erstreckt sich über die Kreuzungsfläche benachbarter Bretter inkl. eventueller anteiliger Fugenbreiten und die Gesamtdicke der BSP-Scheibe. Erhöht man gedanklich die Schichtanzahl n gegen ∞, entstehen in allen Brettmittelflächen Symmetrieflächen. Das RVE kann daher weiter zum RVSE (Repräsentatives Volumen-Sub-Element) reduziert werden (siehe Abb. 1).

Scheibensteifigkeiten eines BSP-Elementes – Grundlagen

Unter „Scheibenberechnung“ wird hier die Ermittlung der inneren Schnittgrößen einer Wandscheibe unter der Wirkung von Lasten in Scheibenebene verstanden. Weiters müssen noch Belastungen quer zur BSP-Scheibe berücksichtigt werden, welche im Gegensatz zu den Scheibenkräften jedoch Plattenbiegemomente hervorrufen. Im Folgenden wird jedoch nur auf die Nachweise in der Scheibenebene eingegangen, da der Nachweis der Plattenbeanspruchung gleich wie bei Deckenplatten zu führen ist. Genau genommen ist bei gleichzeitiger Wirkung von Scheibenkräften und Plattenbiegemomenten ein Interaktionsnachweis zu führen. Hier stehen allerdings Forschungsergebnisse zur Thematik Biegemoment und Zug- bzw. Drucknormalkraft aus.

In einer Brettsperrholzscheibe treten bekanntermaßen drei Scheibenkräfte auf:

- Normalkraft n_x,
- Normalkraft n_y und
- Schubkraft n_{xy}.



Abb. 2: Scheibenkräfte n_x, n_y und n_{xy}

Die konstitutiven Gleichungen für das „Material BSP-Scheibe“ verknüpfen über die Dehnsteifigkeiten D_x, D_y, über die Schubsteifigkeit D_{xy} sowie über die gekoppelte Dehnsteifigkeit C_{xy} die Scheibenverformungen bzw. genauer die drei inneren Scheibenverzerrungen ϵ_x, ϵ_y und γ_{xy} mit den 3 Scheibenkräften n_x, n_y und n_{xy}. Diese 4 Werte D_x, D_y, D_{xy} und C_{xy} müssen für eine orthotrope Scheibenberechnung nach der FE-Methode im Allgemeinen zur Verfügung gestellt werden, wenn nicht

das Programm die Struktur der „BSP-Scheibe“ implementiert hat. Die Scheibensteifigkeitsmatrix für eine allgemeine orthotrope Platte sieht wie folgt aus:

$$\left[{\matrix{ {{n_x}} \cr {{n_y}} \cr {{n_{xy}}} \cr } } \right] = \left[{\matrix{ {{D_x}} & {{C_{xy}}} & 0 \cr {{C_{xy}}} & {{D_y}} & 0 \cr 0 & 0 & {{D_{xy}}} \cr } } \right] \cdot \left[{\matrix{ {{\varepsilon _x}} \cr {{\varepsilon _y}} \cr {{\gamma _{xy}}} \cr } } \right]$$

Dehnsteifigkeiten Dx und Dy für ein BSP-Element

Die Dehnsteifigkeiten D_x und D_y sind einfach zu bestimmen. Effekte aus den Dehnsteifigkeiten der Brettlamellen quer zur Faser sowie gekoppelte Steifigkeiten (gekoppelte Steifigkeiten zufolge Querkontraktionseffekte) werden vernachlässigt ($C_{xy} \approx 0$).

Die Scheibendehnsteifigkeiten D_x und D_y für z. B. eine 3-schichtige BSP-Scheibe mit Decklagen in y-Richtung (Dicke t_1) und in x-Richtung (Dicke t_2), so wie sie auch im anschließenden Beispiel zum Einsatz kommt, werden im Folgenden bestimmt. Es wird angenommen, dass der E-Modul $E_{0,mean}$ in Faserrichtung in allen drei Schichten gleich ist. Beim E-Modul quer zur Faserrichtung $E_{90,mean}$ wird die Annahme getroffen $E_{90,mean} = 0$.

Abb. 3: Repräsentatives BSP–Volumen-Element (RVE) unter Normalkraftbeanspruchung

$D_x = E_{0,mean} \cdot t_2$	Dehnsteifigkeit in x-Richtung
$D_y = E_{0,mean} \cdot 2 \cdot t_1$	Dehnsteifigkeit in y-Richtung
$C_{xy} \approx 0$	Vernachlässigung der gekoppelten Dehnsteifigkeiten
t_{clt}	Gesamtplattendicke

Im Falle unterschiedlicher E-Moduln der einzelnen Schichten sind die einzelnen Schichten mit dem jeweiligen E-Modul gewichtet in die Ermittlung der Steifigkeiten einzusetzen.

Schubsteifigkeit Dxy für ein gedanklich ∞-dickes BSP-Element mit konstanten Schichtdicken

Unterschied von BSP-Platten mit und ohne Schmalseitenverklebungen für die Bestimmung der Schubsteifigkeit D_{xy}:

Im Falle von BSP-Scheiben mit Seitenverklebung an den Brettschmalseiten könnte analog zur Bestimmung der Scheibendehnsteifigkeit die Schubsteifigkeit mit angesetzt werden. Risse, die mit großer Wahrscheinlichkeit in einem BSP-Element auftreten werden, führen zu einer Reduktion der effektiven Schubsteifigkeit analog einer BSP-Scheibe ohne Seitenverklebung. Begründet darauf wird im Weiteren kein Unterschied zwischen Scheiben mit und ohne Seitenverklebungen gemacht. Mit „a“ wird entweder die Brettbreite oder ein mittlerer Rissabstand bezeichnet.

Voraussetzungen:

Die wesentlichen Voraussetzungen für die folgenden Ausführungen in diesem Unterkapitel zur Schubsteifigkeit D_{xy} sind:

- Die Schichtdicke der Einzellamelle i wird t_i bezeichnet. Alle Schichtdicken sind gleich und werden in diesem Unterkapitel mit t bezeichnet.
- Aufgrund des gedanklich dicken BSP-Elementes und der Symmetrieflächen in allen Brettmittelflächen kann anstatt des RVE das RVSE mit zwei halben Einzelschichten für die folgenden Ausführungen verwendet werden (RVE und RVSE: siehe auch im Kapitel Einleitung).
- Die Fugenbreiten zwischen benachbarten Brettern in einer Einzelschicht bleiben vernachlässigbar gering.

Modell für die Schubsteifigkeit D_{xy} [1]:

Die Schubverzerrung der BSP-Scheibe setzt sich aus den beiden Anteilen „Schub der ungerissenen, perfekten BSP-Scheibe“ (Mechanismus I – „Schub“, siehe Abb. 4 a), und einem Mechanismus II –„Torsion“ (Abb. 4 b) zusammen. Beide Anteile zusammen ergeben das BSP-Scheibenmodell mit der nominellen Schubbeanspruchung $\tau_0 = n_{xy}/t_{clt}$.

Im ungerissenen Zustand wirkt nur der Mechanismus I – „Schub“. Die Schubverzerrung ist mit $\gamma_I = \tau_0/G_{0,mean}$ gegeben (Abb. 4 a).

a) Mechanismus I – „Schub“ – $\gamma _I$	b) Mechanismus II – „Torsion“ – $\gamma _{II}$

Abb. 4: Schubmechanismen I und II der BSP – Scheibe

Nun werden gedanklich alle Schmalseiten aufgeschnitten. Die dort wirkenden Schubspannungen müssen daher verschwinden. Dadurch kommt es zu einer inneren Spannungsumlagerung. Der daraus resultierende Mechanismus II – „Torsion“ (Abb. 4 b) führt zu einer zusätzlichen Schubverformung γ_{II}. Der ursprüngliche Mechanismus I – „Schub“ reduziert sich auf Querkraftschub in den einzelnen Brettlagen. Aus diesem Grund müssen die Bretter zweier benachbarter Schichten gemeinsam wirken, um ein Schubfeld bilden zu können. Das lokale Gleichgewicht zwischen den beiden Querkraftpaaren wird über das innere Torsionsmoment an den Klebeflächen aufrecht erhalten. Dies bedeutet, dass für eine Schubbeanspruchung beide Mechanismen (Mechanismus I –„Schub“ und Mechanismus II – „Torsion“) gleichzeitig wirken müssen.

Abb. 5: Schubkräfte am RVSE-Knotenelement einer BSP-Scheibe

Die Schubverzerrung $\gamma _I$ kann für den Mechanismus I – „Schub“, wie bereits ausgeführt, exakt bestimmt werden.

$${\gamma _I} = {{{\tau _0}} \over {{G_{0,mean}}}}$$

Mit einem Torsionsmodell lässt sich $\gamma _{II}$ näherungsweise abschätzen. Als effektiver Schubmodul für das Torsionsmodell auf Basis einer komplett wölbbehinderten Torsion (die Torsionssteifigkeit ergibt sich in diesem Fall aus dem polaren Trägheitsmoment) wird näherungsweise $G_{0,mean}/2$ verwendet, da der Anteil des Rollschubmoduls, im Vergleich zur Schubsteifigkeit in Faserrichtung vernachlässigbar gering ist.

$$\phi = {\gamma _{II}} = {{{M_T}} \over {{G_{Torsion}} \cdot {J_p}}} \cdot {t \over 2} = {{{\tau _0} \cdot t \cdot {a^2}} \over {{G_{Torsion}} \cdot {{{a^4}} \over 6}}} \cdot {t \over 2} \approx {{6 \cdot {\tau _0}} \over {{G_{0,mean}}}} \cdot {\left({{t \over a}} \right)^2}$$

mit $G_{Torsion} = {G_{0,mean} \over 2}$ (Annahme)

Die gesamte Schubverzerrung γ unter der wirkenden nominellen Schubspannung $\tau _0$ ergibt sich als Summe der beiden Nachgiebigkeiten des Mechanismus I – „Schub“ und Mechanismus II – „Torsion.“

$$\gamma = {{{\tau _0}} \over {{G_{0,mean}}}} + {{6 \cdot {\tau _0}} \over {{G_{0,mean}}}} \cdot {\left({{t \over a}} \right)^2}$$

Durch Invertieren von γ erhält man den effektiven Schubmodul G^* einer BSP-Struktur (siehe Abb. 6).

$$G^* = {{{\tau _0}} \over \gamma } = {{{\tau _0}} \over {{{{\tau _0}} \over {{G_{0,mean}}}} + {{6 \cdot {\tau _0}} \over {{G_{0,mean}}}} \cdot {{\left({{t \over a}} \right)}^2}}} = {{{G_{0,mean}}} \over {1 + 6 \cdot {{\left({{t \over a}} \right)}^2}}}$$

$$D_{xy} = G^* \cdot t_{clt}$$

$G_{0,mean}$	Schubmodul des Grundmaterials (Brettware)

Die Schubsteifigkeit D_{xy} der BSP-Scheibe ergibt sich als Produkt des effektiven Schubmoduls G^* und der Gesamtdicke t_{clt}.

Abb. 6: Effektive Schubsteifigkeit einer BSP-Scheibe

Der Abfall der Schubsteifigkeiten im praktisch relevanten Bereich liegt nach diesem einfachen Modell bei einer BSP-Scheibe im Bereich von 6 % bis 27 %.

Eine genaue Lösung nach der linearen Elastizitätstheorie erhält man über eine FE-Studie (FE - Modell siehe Abb. 8), da das hier angesetzte Torsionsmodell die Nachgiebigkeit nur näherungsweise erfasst. In dieser FE-Studie wird die Dicke ti der Einzelschicht i in Relation zur Brettbreite bzw. dem Rissabstand a variiert. Durch Vergleich der FE-Lösungen mit der oben aufgestellten Formel kommt man zur folgenden Formel für die Schubsteifigkeit von BSP-Scheiben (Abb. 7), in der im Vergleich zum vorher aufgestellten einfachen Torsionsmodell zusätzlich eine Korrekturfunktion $\alpha _T = f(t/a)$ eingefügt wurde. Der Abfall der Schubsteifigkeiten im praktisch relevanten Bereich nach dieser korrigierten Funktion liegt bei 11 % bis 26 %.

Abb. 7: Effektive Schubsteifigkeit einer BSP-Scheibe, korrigiert auf Basis einer FE-Analyse

FE-Modell für die Bestimmung der effektiven Scheibenschubsteifigkeiten ohne Randeffekt aus dem Endevaluierungsbericht [2]

Abb. 8: FE-Modell für die FE-Studie von Dxy anhand eines RVSE

Eine experimentelle Überprüfung ist an der holz.bau forschungs gmbh Graz erfolgt [3].

Schubsteifigkeit Dxy für Elemente mit endlicher Schichtanzahl und variablen Schichtdicken (ti)

Randeffekt:

Bei BSP-Scheiben mit endlicher Schichtanzahl kommt zusätzlich zu den bisherigen Ausführungen in Kapitel Schubsteifigkeit Dxy für ein gedanklich ∞-dickes BSP-Element mit konstanten Schichtdicken ein Randeffekt zum Tragen. In der Praxis werden 3-, 5-, 7- oder auch 9-schichtigen BSP-Scheiben nachzuweisen sein.

Der Einfluss dieses Randeffektes wird ebenfalls über eine FE-Studie bestimmt. Für eine 3- bzw. 5-schichtige BSP-Struktur ist der Randeffekt (ohne Randeffekt: Schichtanzahl n → ∞) in Abb. 9 dargestellt.

Abb. 9: BSP-Scheibe mit und ohne Randeffekte

Zum Randeffekt sei noch angemerkt, wie aus Abb. 9 ersichtlich ist, dass der reduzierende Einfluss des Randeffektes mit Zunahme der Schichtanzahl deutlich abnimmt. Für eine 3-schichtige Platte beträgt die Abnahme der Schubsteifigkeit maximal 14 %, bezogen auf den vorher erwähnten Sonderfall des RVSE (RVSE: siehe Einleitung).

Unterschiedliche Schichtstärken:

Sind die Schichtdicken t_i unterschiedlich, wird t näherungsweise als Mittelwert der Schichtdicken t_i bestimmt.

Resümee:

Tab. 1: Effektive Schubsteifigkeit G^* für BSP in Abhängigkeit von der Schichtanzahl

Schichtenanzahl	$G^*/G_{0,mean}$	$G_{0,mean}$ [N/mm²] Entwurf ÖNORM EN 14080:2009	G^* [N/mm²]	$G_{0,mean}$ [N/mm²] ON EN 1194:1999	G^* [N/mm²]
∞	0,74	650	481	720	533
5	0,70	650	455	720	504
3	0,65	650	422	720	468

Für diese Tabelle wurden die üblichen Schubmodulwerte herangezogen, die zwischen 650 und 720 N/mm² liegen.

Näherungsweise kann daher für praktische Berechnungen handelsüblicher BSP-Scheiben mit ausreichender Genauigkeit mit einem G^* zwischen 450 und 500 N/mm² gerechnet werden.

Ein Beispiel zur Verformungsberechnung ist in Beispiel zur Verformungsberechnung (Vertikal- und Horizontalverformungen) zu finden.

Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) – Scheibenverformung

Für Wandscheiben fehlen explizite Grenzwerte in den Normen bzw. Zulassungen. Die Verformungen sind daher in Absprache mit dem Bauherrn bzw. nach den Erfahrungen des planenden Ingenieurs so festzulegen, dass keine Beeinträchtigungen des Bauwerks bzw. der Einbauten entstehen. Als Beispiel ist hier z. B. auf die Begrenzung der größten Schrägstellung von Wand- bzw. Stützenelementen zu achten, es ist aber auch Bedacht auf Einbauten wie Fenster und Türen zu legen.

Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) – Normalkraftnachweise für Elemente mit variablen Einzelschichtdicken

Die maßgebenden Einwirkungen n_x und n_y ergeben sich z. B. aus der Scheibenberechnung (z. B. FE) oder auch aus einfachen Gleichgewichtsmodellen. Diese sind Scheibenkräfte pro Länge, bezogen auf die gesamte Dicke der BSP-Scheibe. Entsprechende Überlagerungen und Kombinationen der Einzellastfälle führen schließlich zu den nachweisrelevanten „design“-Werten der Einwirkungen.

Für die einzelnen Nachweise werden aus den charakteristischen Festigkeitskenngrößen die „design“-Werte der Widerstände ermittelt, denen die Einwirkungen gegenübergestellt werden. Für Nachweise in der Baupraxis werden pro Lage nur jene Schichten berücksichtigt, welche die Normalspannungen in Faserrichtung übertragen. Der E-Modul in Faserrichtung soll für alle Schichten gleich sein. Diese Annahme wurde in dieser Art bereits bei der Ermittlung der Dehnsteifigkeiten (im Kapitel Dehnsteifigkeiten Dx und Dy für ein BSP-Element) getroffen. Die Normalspannungen $\sigma _x$ und $\sigma _y$ ergeben sich infolge des Dividierens der jeweiligen Normalkraft n_x und n_y durch die Summe der Schichtdicken in die zugehörigen Richtungen, also $\sigma _x = n_x / t_x$ und $\sigma _y = n_y / t_y$. Da die Querlagen unberücksichtigt bleiben, gilt $t_{clt} = t_x + t_y$.

Zur Ermittlung der charakteristischen Festigkeitskenngrößen für Zug und Druck parallel zur Faserrichtung ($f_{t,clt,k}$ und $f_{c,clt,k}$) kann vereinfachend auf die Basiskenngrößen des verwendeten Brettmaterials zurückgegriffen werden ($f_{t,0,k}$ bzw. $f_{c,0,k}$). Bei konstanten Spannungsverläufen und einer gleichwertigen Mitwirkung von vier oder mehr Brettlamellen kann ein Systemfaktor k_l mit 1,10 in Rechnung gestellt werden. Treten jedoch Spannungsspitzen bzw. lokale Spannungskonzentrationen auf, so sollte dieser Systemfaktor nicht berücksichtigt werden. Diese Regelung erfolgt in Analogie zur BSP-Plattenbiegung (siehe Festigkeitskenngrößen nach dem Modell „BSP-Graz“).

Zu beachten ist, dass zwischen Zug- und Druckkräften zu unterscheiden ist.

„design“-Werte der Widerstände bei Zugbeanspruchungen sowie Nachweise in x- bzw. y-Richtung:

$${\sigma _{x,d}} = {{{n_{x,d}}} \over {{t_x}}} \le {{{f_{t,clt,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}} = {{{f_{t,0,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

$${\sigma _{yd}} = {{{n_{y,d}}} \over {{t_y}}} \le {{{f_{t,clt,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}} = {{{f_{t,0,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

„design“-Werte der Widerstände bei Druckbeanspruchungen sowie Nachweise in x- bzw. y-Richtung:

$${\sigma _{x,d}} = {{\left| {{n_{x,d}}} \right|} \over {{t_x}}} \le {{{f_{c,clt,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}} = {{{f_{c,0,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

$${\sigma _{yd}} = {{\left| {{n_{y,d}}} \right|} \over {{t_y}}} \le {{{f_{c,clt,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}} = {{{f_{c,0,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) – Schubfestigkeitsnachweis in einer

gedanklich ∞-dicken BSP-Scheibe mit gleichen Schichtdicken

Die maßgebende Einwirkung nxy ergibt sich z. B. aus der Scheibenberechnung (z. B. FE) oder auch aus einfachen Gleichgewichtsmodellen. Entsprechende Überlagerungen und Kombinationen der Einzellastfälle führen schließlich zu den nachweisrelevanten „design“-Werten der Einwirkungen.

Die Nachweisführung auf Schub in einer theoretisch ∞-dicken BSP-Scheibe bietet den Vorteil, dass alle Brettmittelflächen Symmetrieebenen sind. Der zu führende Schubfestigkeitsnachweis kann vom Bereich her betrachtet daher auf ein RVSE (RVSE: siehe Abb. 1 im Kapitel Einleitung) reduziert werden.

Wäre die BSP-Struktur völlig rissefrei bzw. voll seitenflächenverklebt, tritt nur die Schubspannung τ_0 auf. Die tatsächliche Schubspannung τ_v weicht in einer gerissenen, nicht seitenverklebten BSP-Struktur allerdings von der nominellen Schubspannungsverteilung τ_0 ab, da die Schubspannungen nur in den Stirnholzflächen wirken und die Schmalseiten spannungsfrei sind (Mechanismus I –„Schub“).

Aus den beiden Querkraftpaaren zweier angrenzender Schichten ergeben sich die 4 Schubkräfte eines reinen Schubfeldes. Das versetzte Wirken der beiden Querkraftpaare aktiviert das Torsionsmoment (Mechanismus II – „Torsion“) in der Klebefläche. Dadurch ergibt sich der Torsionsnachweis, wobei eine polare Torsion angenommen wird.

Abb. 10: Entstehen des Torsionsmomentes in der Klebefläche

Das Nachweisverfahren ist aufgrund der beiden immer gemeinsam auftretenden Mechanismen (Schubabtragung in den Brettern sowie Torsionsmoment in den Klebeflächen) knotenflächenorientiert.

Die Ermittlung der Schubbeanspruchung erfolgt über den Mechanismus I – „Schub“ bezugnehmend auf das in Abb. 11 dargestellte repräsentative Volumen-Sub-Element; weiters wird die Torsionsbeanspruchung über den Mechanismus II – „Torsion“ ermittelt. Bei der Nachweisführung der Spannungen zufolge Schub (Mechanismus I: $\tau_{v,d} = 2 \cdot \tau_{0,d}$) und Torsion (Mechanismus II: $\tau_{T,d} = 3 \cdot \tau_{0,d} \cdot t/a$) ist nachzuweisen, dass die „design“-Werte der Widerstände größer oder gleich den Einwirkungsgrößen sind (siehe Abb. 11).

„design“-Werte der Widerstände bei Schubbeanspruchungen und Nachweis:

$$\left| {{\tau _{v,d}}} \right| \le {f_{v,clt,d}} = {{{f_{v,clt,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

„design“-Werte der Widerstände der Torsionsbeanspruchung und Nachweis:

$$\left| {{\tau _{T,d}}} \right| \le {f_{T,clt,d}} = {{{f_{T,clt,k}} \cdot {k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

Eine Erhöhung der charakteristischen Festigkeiten um einen Systemfaktor sollte nach Meinung der Verfasser bei Schub nicht in Rechnung gestellt werden.

Zu diesen beiden Mechanismen I und II gibt es folgende zugehörige Festigkeitskennwerte:

Mechanismus I – „Schub“: charakteristische Schubfestigkeit des RVSE:	$f_{v,clt,k}$
Mechanismus II – „Torsion“: charakteristische Torsionsfestigkeit in der Klebefläche:	$f_{T,clt,k}$

Die Festlegung der Festigkeitswerte $f_{v,clt,k}$ und $f_{T,clt,k}$ wird in Ansetzbare Scheibenschubfestigkeit für Mechanismus I und in Ansetzbare Torsionsfestigkeit in der Klebefläche für Mechanismus II erläutert.



Abb. 11: Nachweis gegenüber dem Grundzustand der Tragfähigkeit bei Schubbeanspruchung in Scheibenebenen

Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) – Schubfestigkeitsnachweis bei endlicher Schichtanzahl und variablen Einzelschichtdicken

Der zuvor dargestellte Schubfestigkeitsnachweis gilt, wie bereits erwähnt, zwischen zwei Symmetrieebenen, die lediglich für eine theoretisch ∞-dicke BSP-Scheibe ident mit einem Bereich von Brettmitte zu Brettmitte ist. Im Folgenden werden daher die notwendigen Anpassungen für eine endlich dicke BSP-Scheibe mit endlich vielen Schichten unterschiedlicher Dicke unter Schub dargestellt.

- für die Einzelschichtdicken soll gelten: t → t_i
- für den knotenflächenorientierten Nachweis soll gelten: t_i → t_i^*
- für die Scheibendicke soll gelten: t_{clt} → ${t^*} = \sum\nolimits_{i = 1}^n {t_i^*} $
- für die Schubspannung soll gelten: τ_0 → τ_0^*

t	Einzelschichtdicke für die dicke BSP-Scheibe
t_i	Einzelschichtdicke für die endlich dicke BSP-Scheibe
t_i^*	Ideelle Ersatzdicke
t_{clt}	Gesamtscheibendicke
t^*	Ideelle Gesamtersatzdicke
τ_0	nominelle Schubspannung bezogen auf t_{clt}
τ_0^*	Ideelle Schubspannung bezogen auf t^*

Die Bestimmung der Schubbeanspruchung τ_v in den Stirnholzflächen und der Torsionsbeanspruchung τ_T erfolgt analog wie für den vorher erwähnten Sonderfall gleicher Schichtdicken $t_i = t$, jedoch sind für die unterschiedlichen Dicken t_i die jeweiligen ideellen Ersatzdicken t_i^* der jeweils betrachteten RVSE's (RVSE: siehe Einleitung) anzusetzen. Die ideelle Gesamtersatzdicke t^* für die Schubbeanspruchung ergibt sich durch Summation aller einzelnen rechnerischen Ersatzdicken $t^*=\sum\nolimits_{i = 1}^n {t_i^*}$ aller RVSE's, wobei n die Anzahl der Klebeflächen bezeichnet.

Die ideelle Ersatzdicke t_i^* lässt sich für eine innere Klebefläche (z. B. bei einer 5-schichtigen BSP-Platte die beiden inneren Klebeflächen) als Minimum aus den Brettdicken der beiden angrenzenden Brettlagen bestimmen. Grenzt die Klebefläche an eine Randschicht (z. B. bei einer 3-schichtigen BSP-Platte grenzen beide Klebeflächen an eine Randschicht), so kann die ideelle Ersatzdicke t_i^* wieder aus dem Minimum der beiden angrenzenden Brettdicken bestimmt werden. Die Dicke der Außenschicht kann dabei jedoch mit dem Faktor 2 berücksichtigt werden. Diese Regeln zur Bestimmung von t_i^* sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst bzw. in der anschließenden Grafik (Abb. 12) beispielhaft für den vierten Knoten (= Randknoten) bzw. zweiten Knoten (= Innenknoten) dargestellt.

Tab. 2: Konzept zur Bestimmung der ideellen Ersatzdicke ti*einer n-schichtigen BSP-Scheibe

Knoten		
Knoten 1 (= Randknoten)	Schicht i = 1 außen Schicht i + 1 = 2 innen	$t_1^* = \min (2 \cdot t_1,t_2)$
Knoten i (1<i<n-1) (= Innenknoten)	Schicht i innen Schicht i + 1 innen	$t_i^* = \min (t_i,t_{i+1})$
Knoten n-1 (= Randknoten)	Schicht i = n-1 innen Schicht i + 1 = n außen	$t_{n-1}^* = \min (t_{n-1},2 \cdot t_n)$

Abb. 12: Ideelle Ersatzdicken t_i^* für den zweiten bzw. vierten Knoten (t_2^* bzw. t_4^*)

Bestimmung der ideellen Ersatzdicken t_i^* und der ideellen Gesamtersatzdicke t^* an Hand eines Beispiels einer 3-schichtigen BSP-Scheibe:

t_{clt} = 94 mm
t_1 = 30 mm
t_2 = 34 mm
$t_1^* = t_2^*$ = min(2·30,34) = 34 mm
Anzahl der Klebeflächen: n = 2
$t^* = \sum\nolimits_{i = 1}^2 {t_i^*} = t_1^*+t_2^*$ = 34 + 34 = 68 mm

Abb. 13: Ideelle Ersatzdicken t_i^* und ideelle Gesamtersatzdicke t^*

Bei BSP-Scheiben mit variablen Schichtstärken ist die ideelle Gesamtersatzdicke t^* als die Summe der ideellen Ersatzdicken mit 68 mm geringer als die geometrische Gesamtdicke t_{clt} mit 94 mm.

Der gesamte Schubnachweis kann für BSP-Scheiben nun wie folgt geführt werden:

- Step-1: Bestimmung der ideellen Schubspannung τ_0^*

Anteilige Schubkraft je Klebefläche:

$${n_{xy,i}} = {n_{xy}} \cdot {{{t_i}^*} \over {\sum\nolimits_{i = 0}^n {{t_i}^*} }}$$

Ideelle Schubspannung $\tau_{0,i}^*$

$${\tau _{0,i}}^* = {{{n_{xy,i}}} \over {{t_i}^*}} = {n_{xy}} \cdot {{{t^*}} \over {\sum\nolimits_n {{t_i}^*} }} \cdot {1 \over {{t_i}^*}} = {n_{xy}} \cdot {1 \over {\sum\nolimits_n {{t_i}^*} }}$$

Anmerkung: Die ideellen Schubspannungen $\tau_{0,i}^*$ aller Knoten sind gleich $\tau_{0,i}^* = \tau_0^*$

- Step-2: Nachweise für Mechanismus I – „Schub“ und II – „Torsion“

Nachweis für Mechanismus I – „Schub“ analog zum Festigkeitsnachweis am RVSE der ∞-dicken BSP-Scheibe:

$${\tau _{v,d}} = 2 \cdot {\tau _{0,d}}^* \le {f_{v,clt,k}} \cdot {{{k_{\bmod }}} \over {{\gamma _m}}}$$

Nachweis für Mechanismus II – „Torsion“ analog zum Festigkeitsnachweis am RVSE der ∞-dicken BSP-Scheibe:

$${\tau _{T,d}} = 3 \cdot {\tau _{0,d}}^* \cdot {{{t_i}^*} \over a} \le {f_{T,clt,k}} \cdot {{{k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

Die Voraussetzung bei diesen beiden Festigkeitsnachweisen ist wieder – analog zum Längsspannungsfestigkeitsnachweis – dass der Schubmodul aller Schichten gleich ist.

Aus diesen Nachweisen ist ersichtlich, dass jene Knotenfläche für den Torsionsnachweis maßgebend wird, welche die größte Ersatzdicke t_i^* aufweist.

Anmerkung: Für die Ermittlung der Schubspannungen in den Lamellen wird nicht von einer quadratischen Verteilung der Schubspannungen über die Bretthöhe ausgegangen, ($\tau_{\max}$ ist bekanntermaßen bei einem Rechteckquerschnitt um den Faktor 3/2 höher als eine konstant angesetzte Schubspannung), sondern von einer konstanten Verteilung der Schubspannungen. Dies kann deshalb angenommen werden, weil die Voraussetzungen der Stabtheorie nach ungestörten, konstanten Querkraftverläufen sowie Rändern mit freier Schubverwölbungsmöglichkeit hier nicht gegeben sind. Vielmehr ist davon auszugehen, dass die gegenseitigen Behinderungen durch die gesperrte Struktur bei der hier vorliegenden BSP-Scheibe eher zu konstanten Schubspannungsverteilungen führen werden, als zu Verteilungen entsprechend einer quadratischen Parabel.

ULS-Scheibenschubnachweis gemäß Zulassungen

Die erforderlichen Nachweise in diversen Zulassungen (z. B. ETA-09/0036 [4] oder ETA-08/0242 [5]) unterscheiden sich von den hier präsentierten Nachweisverfahren. Diese Differenzen sollen hier im Folgenden aufgezeigt werden.

Grenzzustand der Tragfähigkeit – Mechanismus I – Querkraftschub in den Brettlagen:

Für den Nachweis eines BSP-Elements unter Scheibenschubbeanspruchung ($n_{xy,d}$) wird in den oben genannten Zulassungen folgender Schubfestigkeitsnachweis vorgeschlagen:

$${\tau _{v,d}} = {3 \over 2} \cdot {{{n_{xy,d}}} \over {{t_{\min }}}} \le {f_{v,clt,k}} \cdot {{{k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

$n_{xy,d}$	Scheibenschubkraft, „design“-Wert
t_{min}	Minimum aus der Summe der Brettdicken gleichgerichteter Brettlagen
$f_{v,clt,k}$	charakteristische Schubfestigkeit

Dieses Verfahren orientiert sich im Wesentlichen an die physisch vorhandenen Gesamtbrettdicken für die Einzelschichten in den beiden Richtungen. Der maßgebende Nachweis ist für jene Schicht zu

führen, in welcher die Gesamtbrettdicke ein Minimum ist. Dies führt aber dazu, dass die Schubspannungen in den beiden Richtungen der BSP-Scheibe nicht ident sind, wie es jedoch die Mechanik/Festigkeitslehre über den Satz der Dualität der Schubspannungen fordert. Der zusätzliche Faktor 3/2 ergibt sich aus dem vorgeschriebenen CUAP-Prüfverfahren, welches staborientiert aufgebaut ist. Beim Stab ist bei rechteckigen Querschnitten in der Mitte die quadratisch verteilte Schubspannung um diesen Faktor 3/2 höher als eine mittlere, konstante Schubspannung. Dies zeigt sich auch darin, dass in der ETA-09/0036 [4] bei den Nachweisen der Scheibenbeanspruchungen von Querkräften (V) gesprochen wird.

Für BSP-Scheiben mit geringen Unterschieden der Schichtdicken ergeben sich im Vergleich rechnerisch die gleichen Beanspruchungen zu den hier präsentierten Verfahren, sofern der Faktor 3/2 nicht angesetzt wird. Das wird im folgenden Beispiel noch veranschaulicht werden (im Kapitel ULS – Schubfestigkeitsnachweis).

Grenzzustand der Tragfähigkeit – Mechanismus II – „Torsion“ – in der Klebefläche für den folgenden Sonderfall einer rechteckigen Scheibe und konstanten Schub:

In den Zulassungen (z. B. ETA-08/0242 [5]) findet man die Nachweise für den Mechanismus II – „Torsion“ in einer Form aufbereitet [6] [7] [8] [9] [10], die für konstante Schichtstärken, rechteckiger Abmessungen, ohne Öffnungen unter konstantem Schub gilt. Im Folgenden wird gezeigt, dass der vorher angeführte Nachweis für den Mechanismus II – „Torsion“ sich bei Einhaltung der angeführten Einschränkungen identisch in die Form, wie in diversen Zulassungen gegeben, überführen lässt.

Für eine BSP-Scheibe mit n konstanten Schichtdicken (siehe Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) – Schubfestigkeitsnachweis in einer gedanklich ∞-dicken BSP-Scheibe mit gleichen Schichtdicken) kann der Mechanismus II – „Torsion“ wie folgt umgeformt werden:

$${\tau _{T,d}} = {{{M_{T,d}}} \over {{W_p}}} = 3 \cdot {\tau _{0,d}} \cdot {{{t_i}} \over a} \le {f_{T,clt,k}} \cdot {{{k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

mit ${\tau _{0,d}} = {{{n_{xy,d}}} \over {n \cdot t}}$

$${\tau _{T,d}} = 3 \cdot {\tau _{0,d}} \cdot {t \over a} = 3 \cdot {{{n_{xy,d}}} \over {n \cdot t}} \cdot {t \over a} = 3 \cdot {{{n_{xy,d}}} \over {n \cdot a}} \le {f_{T,clt,d}}$$

$\tau_{0,d}$	anteilige Schubkraft in der Klebefläche i
n	Anzahl der Klebeflächen in Dickenrichtung
t	Schichtstärke (konstant)

Für den Sonderfall einer rechteckigen BSP-Scheibe mit den Abmessungen b und h sowie einer konstanten Schubkraft F_h kann im Folgenden eine weitere Umformung der Gleichung zur Bestimmung der maßgebenden Torsionsschubspannung in den Klebeflächen betrieben werden.

$b = {m_h} \cdot a$
$h = {m_v} \cdot a$
${I_p} = {{{a^4}} \over 6}$
$N = n \cdot {m_h} \cdot {m_v}$
${F_h} = {n_{xy}} \cdot b$

$${\tau _{T,d}} = 3 \cdot {{{n_{xy,d}}} \over {n \cdot a}} \cdot {{b \cdot h \cdot {a \over 2}} \over {{m_h} \cdot a \cdot {m_v} \cdot a \cdot {a \over 2}}} = {{{n_{xy,d}} \cdot b} \over {N \cdot {I_p}}} \cdot h \cdot {a \over 2} = {{{F_{h,d}} \cdot h} \over {N \cdot {I_p}}} \cdot {a \over 2} \le$$

{f_{T,clt,k}} \cdot {{{k_{\bmod }}} \over {{\gamma _M}}}$$

m_h	Anzahl der Klebeflächen in horizontaler Richtung
m_v	Anzahl der Klebeflächen in vertikaler Richtung
F_h	Horizontale Einwirkung an der Scheibenoberkante (konstant)
h	Scheibenhöhe
N	Gesamtanzahl der Klebeflächen in der rechteckigen BSP-Scheibe
I_p	polares Trägheitsmoment einer quadratischen Klebefläche
a	Brettbreite des Ausgangsmaterials
$f_{T,k}$	Bemessungsfestigkeit für Mechanismus II – „Torsion

Anmerkung: Der Anteil Torsionsschubspannungen kann für BSP-Scheiben mit konstanten Dicken für rechtwinkelige Scheiben und konstanten Schubkräften in dieser Form geführt werden und ist völlig äquivalent zum Nachweis, wie er zuvor dargestellt wurde. Diese Nachweisform ist hier aus Vollständigkeitsgründen angeführt. Für nicht rechteckige Scheiben, Scheiben mit Öffnungen, nicht konstante Schubkraftverteilungen in der BSP-Scheibe etc. kann der Nachweis in dieser modifizierten Form jedoch nicht geführt werden.

Abb. 14: BSP-Scheibe unter konstanter Schubbeanspruchung

Ansetzbare Scheibenschubfestigkeit für Mechanismus I

Die anzusetzende Schubfestigkeit fv,clt,k ist derzeit in Diskussion. Übliche Werte liegen zwischen ca. 3,0 N/mm^2 (BSH-Schubfestigkeitskennwert) bis 5,2 N/mm^2 (ETA-06/0138 [11]). Untersuchungen an der TU Graz zeigen [12], dass dieser Wert durch den Effekt der gesperrten Struktur wesentlich höher sein wird als jene angeführten Werte.

Für eine an der holz.bau forschungs gmbh und am Institut für Holzbau und Holztechnologie der TU Graz 2008 einwickelte Versuchskonfiguration wurde ein symmetrischer Querschnitt gewählt (Abb. 15). Dadurch entstehen zwei relevante Schubebenen. Der Versuchsaufbau der Konfiguration sowie die Realisierung der Randbedingungen waren im Vergleich zu den üblichen, verbreiteten Testkonfigurationen nach EN 789:2005 [13] einfach auszuführen. Ein Nachteil besteht jedoch darin, dass nur eine der zwei Schubebenen versagen kann. Daher liefert diese Versuchskonfiguration eine Unterschätzung der Schubfestigkeiten, weil die Schubfestigkeit der noch nicht gebrochenen Schubfläche höher ist.

Beide Schubflächen befinden sich im horizontalen Mittelholz. Beidseitig des horizontalen Mittelholzes sind vertikale Bretter vorhanden, die zur Krafteinleitung dienen. Um Spannungen senkrecht zur Maserung der Flächen zu verhindern, haben alle vertikalen Bretter kleine Einschnitte ober- und unterhalb des zentralen Mittelholzes.

Abb. 15: Versuchskonfiguration an der TU Graz zur Bestimmung der BSP-Schubfestigkeit in Scheibenebene – Mechanismus I

Insgesamt wurden 20 Versuche durchgeführt. Das Kraft-Verschiebungsverhalten von 10 typischen

Versuchen ist in Abb. 16 dargestellt.



Abb. 16: Kraft-Verschiebungsdiagramm basierend auf der Versuchskonfiguration der TU Graz

Beim Erreichen der maximalen Beanspruchung, ist bei allen Versuchskörpern ein Versagen in einer der beiden Schubflächen $A_{v,1}$ oder $A_{v,2}$ (Abb. 15) aufgetreten. Danach waren große Deformationen feststellbar (Abb. 17). Nach Abbau der aufnehmbaren Schubkraft entwickelt sich ein nahezu horizontales Plateau aufgrund des aktivierten Schubfeldes der Fasern unter großer Deformation.



Abb. 17: Schubversagen am Prüfkörper der Versuchskonfiguration der TU Graz

In Tab. 3 ist die Auswertung der 20 durchgeführten Versuche zusammengestellt. Ein Schubversagen wurde bei allen 20 Versuchskörpern bei optimierter Konfiguration festgestellt. Der Mittelwert der Schubfestigkeit wurde mit 12,8 N/mm² festgelegt und der COV-Wert mit 11,30 %. Abhängig von der statistischen Verteilungsfunktion liegt der 5 % - Fraktilwert $f_{v,clt,05}$ zwischen 10,30 N/mm² und 10,60 N/mm².

Tab. 3: Ergebnisse der Versuchsreihe:

Datenreihe	TU Graz
Anzahl	20
Höhe h [mm]	200
Dicke t [mm]	10
$f_{v,clt,50}$ Mittelwert [N/mm²]	12,80
Standard Deviation	1,45
COV	11,30 %
$f_{v,clt,05}$ 5 % - Fraktile Normalverteilung [N/mm²]	10,40
$f_{v,clt,05}$ 5 % - Fraktile Log. Normalverteilung [N/mm²]	10,60
k_s	1,93
$f_{v,clt,05}$ 5 % - Quantil EN 14358 [N/mm²]	10,30

Ansatz für höhere Schubfestigkeiten gemäß den Festigkeiten für Sperrholz lt. DIN 1052:2008 [14]

In der Tabelle F.11 der DIN 1052:2008 [14] findet man Festigkeitskennwerte für Sperrholz (Dichte ρ = 350 [kg/m³], t/a «) auf Basis der Schubfestigkeitskonfiguration der EN 789:2005, welche höher sind als Werte vorangegangener Tabellen. Die Werte der Tabelle F.11 sind für die ganze Dicke des Sperrholzes gültig. Für eine 3-schichtige Brettsperrholzplatte mit gleicher Dicke aller Lagen ergibt sich die gleiche Festigkeit wie für Furniersperrholz, bezogen auf die einzelne BSP-Schichte, welche wie folgt hergeleitet werden kann: $f_{v,k}$ = 3 · 5 [N/mm²] = 15 [N/mm²]. Die Werte für eine 5- oder mehrschichtige Platte sind noch höher. Für eine n-lagige Brettsperrholzplatte ergibt sich $f_{v,k}$ mit 2 · 8 [N/mm²] = 16 [N/mm²].

Weitere Schubversuche wurden an der holz.bau forschungs gmbh nach dem CUAP-Verfahren (2007-2008) und durch R. Bosl an der Universität der Bundeswehr München (2002) [15] durchgeführt.

Ansetzbare Torsionsfestigkeit in der Klebefläche für Mechanismus II



Abb. 18: Versuchskonfiguration an der TU Graz zur Bestimmung für BSP-Torsionsfestigkeit in der Klebefläche – Mechanismus II

Im Zuge einer Diplomarbeit (G. Jeitler [9]) wurden 300 Versuche an der holz.bau forschungs gmbh bzw. am Institut für Holzbau und Holztechnologie der TU Graz durchgeführt (Abb. 18). Es wurden drei geometrische Konfigurationen sowie zwei verschiedene Brettwaren (Rift, Seitenware) im Rahmen dieser 300 Versuche untersucht. Die 5 % - Fraktile über alle Versuche ergab einen mittleren Wert von $f_{T,clt,05}$ = 2,5 [N/mm²].

Vergleich der beiden Mechanismen I+II in einer BSP-Scheibe

Welcher Mechanismus (I oder II) ist nun der Maßgebende? Ist die Schubfestigkeit in den einzelnen Brettlamellen oder die Torsionsfestigkeit in den Klebeflächen maßgebend? Durch Verknüpfen der beiden Festigkeiten über die rechnerische Scheibenspannung τ_0 kann die folgende Geradengleichung aufgestellt werden:

$${\tau _0} = {{{f_{v,clt,k}}} \over 2} \to {f_{T,clt,k}} = 3 \cdot {\tau _0} \cdot {t \over a} = {3 \over 2} \cdot {t \over a} \cdot {f_{v,clt,k}}$$

Obige Gleichung unterstellt die 100 %-ige Auslastung beider Mechanismen I und II.

Im Folgenden lassen sich Kurvenscharen mit dem Parameter t/a auftragen (Abb. 19). Die Werte der Schubfestigkeit werden auf der x-Achse aufgetragen, die jeweiligen Werte der Torsionsfestigkeit auf der y-Achse. Geht man nun mit einem angenommenen Wert der Schubfestigkeit in die Abb. 19 und zeichnet dort eine Vertikale, bringt diese im Weiteren mit der gewünschten t/a-Parameterkurve zum Schnitt, liefert dieser Schnittpunkt eine Torsionsfestigkeit. Liegt dieser Wert nun unter 2,5 N/mm², ist die Schubfestigkeit maßgebend, liegt er darüber, ist die Torsionsfestigkeit ausschlaggebend.

Abb. 19: Einteilung der Versagensformen von BSP-Scheiben unter Variation der Geometrie (t/a) und der ansetzbaren Festigkeiten für Mechanismus I und II

Nachfolgend (Tab. 4) wurden 3 Fälle untersucht. Zuerst der traditionelle Fall mit einer Schubfestigkeit von 3,0 N/mm² in Anlehnung an BSH, im weiteren die ermittelte Festigkeit der TU Graz mit 10,3 N/mm² für BSP und ein sehr hoher Wert für die Schubfestigkeit mit 16,0 N/mm² in Anlehnung an Sperrholz gemäß DIN 1052:2008 [14]. In der folgenden Tabelle ist zusammengefasst, ob Mechanismus I – „Schub“ oder II – „Torsion“ der maßgebende Nachweis ist. Die zugrunde gelegte Torsionsfestigkeit für Mechanismus II – Torsion ist fix mit $f_{T,clt,k}$ = 2,5 [N/mm²] angesetzt.

Tab. 4: Einteilung der Versagensformen von BSP-Scheiben unter Variation der Geometrie (t/a) und der ansetzbaren Schubfestigkeit für Mechanismus I

Schubfestigkeit	t/a = 0,10	t/a = 0,15	t/a = 0,20	t/a = 0,25
3,0 [N/mm²]	Schub	Schub	Schub	Schub
10,3 [N/mm²]	Schub	Schub	Torsion	Torsion
16,0 [N/mm²]	Schub	Torsion	Torsion	Torsion

Berechnungsbeispiele

- ULS – Schubfestigkeitsnachweis
- Tragfähigkeitsnachweis – Stabilitätsnachweis
- Beispiel zur Verformungsberechnung (Vertikal- und Horizontalverformungen)

Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=bsphandbuch:design:plate_loaded_in_plane&rev=1433941310

Last update: **2019/02/21 10:18**
Printed on 2026/11/10 20:13