FE Berechnungen der Scheibe

Gewähltes System für die FE-Analyse

Für die FE-Rechnung wird die Scheibe aus Kapitel Scheibennachweise so vereinfacht, dass sowohl die Attika als auch die Decke zwischen EG und OG nicht mitmodelliert werden. Die Trennung der Scheibe durch die Decke wird im FE Modell als Fuge mit Kontakt rechnerisch modelliert.

Die Belastungen aus Attika und Decke sind aber in der Berechnung inkludiert.

Abb. 1: Geometrie des betrachteten Wandelementes

Scheibensteifigkeiten

Einzelschichtdicken der gewählten BSP-Scheibe:

Dicken: $t_1 + t_3 = 60$ mm, $t_2 = 34$ mm; $t_{gesamt} = 94$ mm

Material:

${E_\parallel } = 11600{\text{ N/m}}{{\text{m}}^2}$

${G_\parallel } = 720{\text{ N/m}}{{\text{m}}^2}$

Orthotrope Scheibensteifigkeiten für Normalspannungen/Normalverzerrungen:

${D_x} = {E_\parallel } \cdot {t_2} = 11600 \cdot 34 = 394400{\text{ N/mm}} = 394400{\text{ kN/m}}$

${D_y} = {E_\parallel } \cdot \left({{t_1} + {t_3}} \right) = 11600 \cdot 60 = 696000{\text{ N/mm}} = 696000{\text{ kN/m}}$

${D_{xy}} = 0{\text{ N/mm}}$

Orthotrope Scheibensteifigkeit für die Schubspannung/Schubverzerrung:

${\alpha _T} = 0,32 \cdot {\left({{t \over a}} \right)^{ - 0,77}}$

mit ${t \over a} = {{34} \over {150}} = 0,227$ → ${\alpha _T} = 1,003$

Annahme: ${{{G_{0,mean}}} \over {{G_{Torsion}}}} = 2,0$

${{{G^*}} \over {{G_{0,mean}}}} = {1 \over {1 + 3 \cdot {\alpha _T} \cdot {{{G_{0,mean}}} \over {{G_{Torsion}}}} \cdot {{\left({{t \over a}} \right)}^2}}} = {1 \over {1 + 3 \cdot 1,003 \cdot 2,0 \cdot {{0,227}^2}}} = 0,763$

${D_{xy}} = 720 \cdot 0,763 \cdot \left({n - 1} \right) \cdot t = 720 \cdot 0,763 \cdot 68 = 37370{\text{ N/mm}} = 37370{\text{ kN/m}}$

$$\left[{\matrix{ {{n_x}} \cr {{n_y}} \cr {{n_{xy}}} \cr } } \right] = \left[{\matrix{ {394400} & 0 & 0 \cr 0 & {696000} & 0 \cr 0 & 0 & {37370} \cr } } \right] \cdot \left[{\matrix{ {{\varepsilon _x}} \cr {{\varepsilon _y}} \cr {{\gamma _{xy}}} \cr } } \right]$$

Für die FE-Berechnung mit ABAQUS sind die Steifigkeiten noch durch die Referenzdicke zu dividieren (dies ist allerdings programmabhängig):

${E_x} = {{{D_x}} \over {{t_{ges}}}} = {{394400} \over {0,094}} = 4196000{\text{ kN/{m}}^2}$

${E_y} = {{{D_y}} \over {{t_{ges}}}} = {{696000} \over {0,094}} = 7404000{\text{ kN/{m}}^2}$

${G_{xy}} = {{{D_{xy}}} \over {{t_{ges}}}} = {{37370} \over {0,094}} = 397500{\text{ kN/{m}}^2}$

Verbindungsmittel

Die Verbindung der Scheibe mit der Bodenplatte erfolgt mit Stahlwinkeln, wobei im Erdgeschoss der Winkeltyp KR 135 (dieser ist für Holz-Beton Verbindungen geeignet) und im Obergeschoss der Winkelverbinder 90 mit Rippe (dieser ist nur für Holz-Holz Verbindungen geeignet) eingesetzt werden (siehe Abb. 2). Die Einleitung der Druckkräfte erfolgt über Kontakt der Scheibe mit der Bodenplatte. Die Zug- und Schubkräfte werden im FE Modell über 6 Winkel eingeleitet. Dies stellt eine getroffene Annahme dar. Beim Nachweis ist allerdings zu sehen, dass mehr als 6 Winkel erforderlich sein werden.

Im FE-Modell wird für den Winkel eine lineare Zugfeder eingesetzt. Durch den zusätzlichen Kontakt wird ohnedies die Feder nur aktiviert, falls Zugkräfte auftreten. Die Schubkräfte werden in der Realität zumeist über Reibung übertragen. Diese lässt sich für statische Nachweise allerdings aufgrund der damit verbundenen Unsicherheiten schwer in Rechnung stellen bzw. es ist ohnedies für eine planmäßige Abtragung der Schubkräfte zu sorgen. Im nachfolgenden FE-Modell werden beide Fälle Reibung aber auch Schubabtragung (im FE Modell eine lineare Schubfeder) untersucht.

Abb. 2: Winkelverbinder mit Rippe

Die Steifigkeit dieser Verbindung bestimmt sich aus der Summe der Nachgiebigkeiten der Einzelkomponenten. Für eine Zugbeanspruchung hat zum einen der Winkel selbst eine Nachgiebigkeit, welche sich primär aus der Nachgiebigkeit zufolge der Biegebeanspruchung ergibt, zum anderen weisen die stiftförmigen Verbindungsmittel weitere Nachgiebigkeit auf.

Im nachfolgenden Teil wird nur die Nachgiebigkeit des Winkels zufolge der Biegebeanspruchung anhand eines einfachen baustatischen Ansatzes ermittelt.

Abb. 3: Geometrie des Winkelverbinders mit baustatischem Modell

Zugsteifigkeit:

Mithilfe des folgenden stark vereinfachten baustatischen Modells wird die Steifigkeit unter

Zugbeanspruchung ermittelt. Es wird hier vereinfacht für beide Winkeltypen dasselbe baustatische System verwendet.

Steifigkeitsmatrix für ein schubstarres und dehnstarres 2D-Biegestabelement:

$$\left[{\matrix{ {{Q_1}} \cr {{M_1}} \cr {{Q_2}} \cr {{M_2}} \cr } } \right] = EJ\left[{\matrix{ {{{12} \over {{L^3}}}} & {{6 \over {{L^2}}}} & { - {{12} \over {{L^3}}}} & {{6 \over {{L^2}}}} \cr {{6 \over {{L^2}}}} & {{4 \over L}} & { - {6 \over {{L^2}}}} & {{2 \over L}} \cr { - {{12} \over {{L^3}}}} & { - {6 \over {{L^2}}}} & {{{12} \over {{L^3}}}} & { - {6 \over {{L^2}}}} \cr {{6 \over {{L^2}}}} & {{2 \over L}} & { - {6 \over {{L^2}}}} & {{4 \over L}} \cr } } \right]\left[{\matrix{ {{w_1}} \cr {{\varphi _1}} \cr {{w_2}} \cr {{\varphi _2}} \cr } } \right]$$

Assemblieren des Systems:

$$K = \left[{\matrix{ {{{12} \over {L_1^3}}} & {{6 \over {L_1^2}}} \cr {{6 \over {L_1^2}}} & {{4 \over {{L_1}}}} \cr } } \right]E{J_1} + \left[{\matrix{ 0 & 0 \cr 0 & {{4 \over {{L_1}2}}} \cr } } \right]E{J_2} = \left[{\matrix{ {{{12} \over {{L^3}}}} & {{6 \over {{L^2}}}} \cr {{6 \over {{L^2}}}} & {{8 \over L}} \cr } } \right]EJ$$

mit $EJ = E{J_1} = E{J_2}$

Steifigkeitsmatrix für dieses Modell:

$$EJ\left[{\matrix{ {{{12} \over {{L^3}}}} & {{6 \over {{L^2}}}} \cr {{6 \over {{L^2}}}} & {{8 \over L}} \cr } } \right]\left[{\matrix{ w \cr \varphi \cr } } \right] = \left[{\matrix{ F \cr M \cr } } \right]$$

$$\left[{\matrix{ w \cr \varphi \cr } } \right] = {1 \over {EJ}}\left[{\matrix{ {{2 \over {15}}{L^3}} & { - {{{L^2}} \over {10}}} \cr { - {{{L^2}} \over {10}}} & {{L \over 5}} \cr } } \right]\left[{\matrix{ F \cr M \cr } } \right]$$

Nachgiebigkeit des Winkels:

$w = {{{L^3}} \over {EJ}} \cdot {2 \over {15}}F + {1 \over {{k_{ser}}}} \cdot F = \left({{{{L^3}} \over {EJ}} \cdot {2 \over {15}} + {1 \over {{k_{ser}}}}} \right) \cdot F$

Effektive Zug-Steifigkeit des Winkels mit diesem einfachen Modell:

$F = {1 \over {{{{L^3}} \over {EJ}} \cdot {2 \over {15}} + {1 over {{k_{ser}}}}}} \cdot w$

In unserem Fall wird vereinfacht die Nachgiebigkeit der stiftförmigen Verbindungsmittel vernachlässigt ($k_{ser} \rightarrow \infty$). Diese Nachgiebigkeiten der stiftförmigen Verbindungsmittel ($1/k_{ser}$) sind im EN 1995-1-1 [1] geregelt.

Aufgrund der Bauart der Winkel (konische Rippe und Kant-Rippen) erhöhen sich die Biegesteifigkeiten der Winkel. Die Bestimmung der Biegesteifigkeit wird wegen der vorhandenen Geometrie dadurch komplexer. Für diese Handrechnung wird durch Berücksichtigung eines rechteckigen, prismatischen Wulstes beziehungsweise einer einfachen Abkantung, die Biegesteifigkeit der Anschlusswinkel näherungsweise vereinfacht bestimmt:

Abb. 4: Schematische Darstellung der Winkelquerschnitte

Daraus ergeben sich folgende Steifigkeiten:

Typ	b	v	t	a	h	Area	e	J	EJ	L	K
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm²]	[mm]	[mm^4]	[kN/m²]	[mm]	[kN/m]
90 mit Rippe	100	10	2	45	10	240	1,67	2733,33	0,57400	80	8408,2
KR 135	50	-	4	-	15	288	10,71	3456,22	0,72600	90	7469,1

Für die Berechnung wird eine Steifigkeit von K = 8000 kN/m eingesetzt.

Schubsteifigkeit:

Für die Ermittlung der Schubsteifigkeit müsste ein analoges Modell wie bei der Ermittlung der Steifigkeit unter Zug aufgestellt werden. Es ist zu erwarten, dass die Schubsteifigkeit größer ist als die Zugsteifigkeit. Vereinfacht wird hier für die Schubsteifigkeit die gleiche Steifigkeit wie für die Zugsteifigkeit eingesetzt.

Modellbildung für die Scheibe auf Basis von FE Berechnungen

Um den Einfluss der Lagerung sowie möglicher Fugenausbildungen (z. B. monolithische Scheibe oder Fuge zwischen EG und OG) auf die Scheibenschnittgrößen zu zeigen, werden drei verschiedene Modelle eingesetzt.

Modell 1

Fuge zwischen Bodenplatte und EG:

- Zugfedersteifigkeit: K_z = 8000 kN/m
- Reibung zwischen Bodenplatte und Scheibe: μ = 0,20

Fuge zwischen EG und OG:

- Starr

Dieses Modell ist wenig realistisch, da zwischen EG und OG praktisch immer eine Fuge ausgeführt wird. Modell 1 soll zeigen, dass eine Berechnung unter der Annahme einer monolithischen Verbindung zwischen der EG und OG Scheibe zu einem anderen mechanischen Verhalten führt als wenn die Fuge im Modell mitberücksichtigt wird.

Abb. 5: Skizze für das Rechenmodell 1

Modell 2

Fuge zwischen Bodenplatte und EG:

- Zugfedersteifigkeit: K_z = 8000 kN/m
- Reibung zwischen Bodenplatte und Scheibe: μ = 0,20

Fuge zwischen EG und OG:

- Zugfedersteifigkeit: K_s = 8000 kN/m
- Reibung zwischen EG und OG: μ = 0,20

Dieses Modell kann als sehr realitätsnahe betrachtet werden. Es ist auch zutreffend, dass Reibungskräfte Schubkräfte übertragen, allerdings ist eine planmäßige Schubkraftübertragung mittels Reibung in der Regel für statische Nachweise nicht zu empfehlen. Deshalb könnte dieses Modell als „praktisch-realitätsnahe“ bezeichnet werden.

Abb. 6: Skizze für das Rechenmodell 2

Modell 3

Fuge zwischen Bodenplatte und EG:

- Zugfedersteifigkeit: K_z = 8000 kN/m
- Schubfedersteifigkeit: K_s = 8000 kN/m

Fuge zwischen EG und OG:

- Zugfedersteifigkeit: K_z = 8000 kN/m
- Schubfedersteifigkeit: K_s = 8000 kN/m

Dieses Modell kann ebenfalls als sehr realitätsnahe betrachtet werden. Hier wird allerdings eine planmäßige Schubkraftübertragung mittels Schubverbindungselemente vorgesehen. Deshalb könnte dieses Modell auch als „baustatisch-realitätsnahe“ bezeichnet werden.

Abb. 7: Skizze für das Rechenmodell 3

Verformungen der 3 Modelle

Modell 1

Abb. 8: Verformungen für Modell 1

Modell 2

Abb. 9: Verformungen für Modell 2

Modell 3

Abb. 10: Verformungen für Modell 3

Tragfähigkeitsnachweis mit FE-Schnittgrößen – Schubfestigkeitsnachweis

Schubkraftverteilung in der Linie 1

Modell 1	Modell 2	Modell 3

Abb. 11: Schubkraftverteilung in der Linie 1 für Modell 1,2 und 3

Vergleich der 3 FE-Modelle mit der Handrechnung – Schubkraft entlang Pfad 1

Abb. 12: Vergleich der 3 FE-Modelle mit der Handrechnung – Schubkraft entlang Linie 1

Im unteren Bereich der Wandhöhe (3,10 m bis ca 4,0 m) ist ein besonders starker Zuwachs der FE-Schubkräfte im Vergleich zur einfachen Handrechnung zu sehen. Insbesondere ist hier auch ein großer Unterschied zwischen Modell 1 und den beiden anderen Modellen 2 und 3 festzustellen. Zur besseren Illustration werden die Verformungen mit einer 100-fachen Überhöhung in der Ecke, in der die Wand OG über die Wand im EG auskragt, im Detail dargestellt. In der folgenden Abbildung Abb. 13 sind links die Ergebnisse für das Modell 1, rechts die Ergebnisse für das Modell 2 bzw. 3 dargestellt.

Modell 1	Modell 2 bzw. 3

Abb. 13: Verformte Wandscheiben nach Modell 1 (a) und 2 (b), Detailausschnitt Eckbereich

Recht schön zu erkennen ist, dass im Fall des monolithischen Verbundes zwischen der EG und OG Wandscheibe die Ecke eine massive Kerbe mit entsprechenden Spannungsspitzen darstellt. Diese monolithische Berechnung ist vollkommen linear orthotrop elastisch und stellt quasi den Standardfall der baustatischen Berechnung von Wandscheiben mit FEM dar. Im Gegensatz dazu sind Berechnungen inklusive Kontaktformulierungen wesentlich aufwendiger, zudem wird die Linearität aufgegeben, was sich negativ auf die Überlagerungsmöglichkeiten auswirkt. Man sieht jedoch im Vergleich der Deformationen, siehe Abb. 13, dass in der Realität die scharfe Kerbe in dieser starken Ausprägung gar nicht auftreten kann, da ja konstruktiv keine monolithische Verbindung zwischen der EG- und OG-Wandscheibe vorliegt. Durch die Möglichkeit der gegenseitigen horizontalen Verschiebungen in der Fuge EG-OG ist eine starke Reduktion der Spannungen gegeben. Wäre die Ecke jedoch Teil einer Fenster- oder Türöffnung, wird die starke Kerbe voll aktiviert und damit verbunden ergeben sich lokal die hohen Spannungsgradienten aus Modell 1, welche um 80,6% höher sind als die Schubspannungen aus Modell 2.

Für die Festigkeitsnachweise wurde von einer über den Einzelknoten konstanten Schubspannungsverteilung ausgegangen. Diese ist hier aber nicht mehr gegeben. Da bei der Schubbeanspruchung auch in Faserrichtung von einer gewissen, jedoch geringen Duktilität ausgegangen werden kann, kann zumindest eine mittlere Schubbeanspruchung im Bereich des Rand-Einzelknotens erlaubt werden. Dies mindert z. B. bei Modell 1 (wäre gültig für eine monolithische

Wand in EG und OG) die Spannungsspitze im Eck doch von 75,37 auf 63,33 kN/m (16%) ab. Bei Modell 3 ergibt sich eine mittlere Schubspannung von 43,0 kN/m, was einer Reduktion von 10% entspricht.

Abb. 14: Gemittelte Schubspannungen für Modell 1 und 3

Tragfähigkeitsnachweis

Der Tragfähigkeitsnachweis wird mit den Schnittgrößen des Modells 3 geführt.

Nennspannung:

Fix Me!

Spannungen:

Fix Me!

Nachweis Querkraft:

Fix Me!

Nachweis Torsion:

Fix Me!

Vergleich der Ausnutzungsgrade von den unterschiedlichen Modellen und dem ingenieurmäßigen Modell (Handrechnung)

Tab. 1: Vergleich der Schubfestigkeitsnachweise anhand mehrerer baustatischer Modelle

	Schubfestigkeitsnachweis			
	Handrechnung	FE-Rechnung, Modell 1	FE-Rechnung, Modell 2	FE-Rechnung, Modell 3
Querkraft	40 %	86 %	52 %	58 %
Torsion	15 %	35 %	21 %	24 %

Im Vergleich zur einfachen Handrechnung liefern „genauere“ Schnittgrößen um bis zu mehr als den Faktor 2 ungünstigere Auslastungen, siehe Tab. 1.

Tragfähigkeitsnachweis (ULS) mit den FE-Schnittgrößen – Stabilitätsnachweis in der Linie 2

Normalkraftverteilung ny in der Linie 2

Modell 1	Modell 2	Modell 3

Abb. 15: Normalkraftverteilung n_y in der Linie 2

Berechnung der Außenwand als Platte

Hier wird das Plattenbiegemoment zufolge Windlast entlang der Linie 2 berechnet. Verwendet wird für die Scheiben/Plattenberechnung das Abaqus S4R Element, welches ein allgemeines vierknotiges, lineares, schubnachgiebiges Schalenelement mit reduzierter Integration ist.

Die BSP-Wand wird als Platte mit einer aus der Lastfallkombination „Nutzlast-führend“ ermittelten von der Nordseite wirkenden Windlast von 0,81 kN/m² als Querlast berechnet.

Die Auflager in den Fugen zum Boden und zwischen der EG und OG BSP Platte werden gelenkig modelliert. Aufgrund der ausgeführten Verbindungstechnik entspricht die gelenkige Modellierung eher der Realität als ein biegesteifer Anschluss.

Biegemoment zufolge Wind-quer entlang Linie 2:

Abb. 16: Biegemoment zufolge Wind-quer entlang Linie 2

Die FE-Rechnung zeigt einen deutlichen Anstieg des Biegemomentes im Bereich des Fensters. Maßgebend für das Knicken ist aber der gegenüberliegende Bereich. Daher sind die Resultate der Handrechnung und der FE Berechnung in diesem Beispiel praktisch ident.

Bestimmung der elastischen Verzweigungsformen mittels FE-Rechnung

Es wird dasselbe Modell wie zuvor für die Querlast verwendet. Unter Wirkung der Scheibenlasten zufolge der Lastfallkombination „Nutzlast-führend“ wird nun eine Eigenwert- und Eigenformberechnung durchgeführt. Die elastische, ideelle Knicklast n_{cr} bestimmt sich wie folgt:

Fix Me!

Eigenform	n_{cr} [kN/m]	
1	1097,16	maßgebend
2	2930,22	
3	3227,23	
4	-3623,55	negativ, nicht relevant
5	3914,83	Knicken im OG

Abb. 17: Links: Eigenform 1, rechts: Eigenform 2

Abb. 18: Links: Eigenform 3, rechts: Eigenform 5

Die Eigenform 4 hat einen negativen Eigenwert. Dies bedeutet, dass die Belastung in ihrer Wirkungsrichtung umzudrehen ist. Allerdings ist dieser Richtungswechsel hier praktisch nicht

relevant.

Vergleich der 3 FE-Modelle mit der Handrechnung – Normalkraftverteilung ny in der Linie 2

Abb. 19: Vergleich der 3 FE-Modelle mit der Handrechnung – Normalkraftverteilung n_y in der Linie 2

Anmerkung: Das Modell Schale (Plattenberechnung) dient primär zur Bestimmung der ideellen elastischen Verzweigungslasten sowie der Biegemomente aus Windquerlasten in der Linie 2. Die elastische Knicklast ist das Produkt der Normalkräfte und der Eigenwerte aus der Knickeigenformanalyse. Für diese Produktbildung zur Berechnung der ideellen, elastischen Normalkräfte werden zusätzlich auch die Normalkräfte aus dem Schalenmodell benötigt. Daraus ergibt sich der k_c Wert für den Stabilitätsnachweis. Die Schnittgrößen im Stabilitätsnachweis werden dann schon wieder von den Scheibenmodellen (Modell 1,2,3) verwendet.

Stabilitätsnachweis

Schnittgrößen auf Basis der FE-Rechnung, Modell 3:

Fix Me!

Geometrische Größen:

Fix Me!

Knickbeiwert k_c:

Fix Me!

Nachweis:

Fix Me!

Tragfähigkeitsnachweis (ULS) mit den FE-Schnittgrößen – maximale Druckspannung in der Bodenfuge

Normalkraftverteilung ny in der Linie 3

Im Folgenden wird die Normalkraftverteilung nach der FE Methode immer im Vergleich zur Handrechnung „klaffende Fuge“ (siehe Tragfähigkeitsnachweise in der Bodenfuge) dargestellt.

Modell 1	Modell 2	Modell 3

Abb. 20: Normalkraftverteilung n_y in der Linie 3

Vergleich der 3 FE-Modelle mit der Handrechnung – Normalkraftverteilung ny in der Linie 3

Abb. 21: Vergleich der 3 FE-Modelle mit der Handrechnung – Normalkraftverteilung n_y in der Linie 3

Nachweis der Normalkräfte (ny)

Wirksame Druckkraft auf Basis der FE-Rechnung, Modell 3:

Fix Me!

Nachweis:

Fix Me!

Nachweis der Winkelverbindung auf Basis der FE-Berechnung, Modell 3

Für die FE-Rechnung wurde die Anzahl der Verbindungsmittel mit 6 Winkelverbinder geschätzt. Aus den Ergebnissen, die die Übertragungskräfte pro angenommenen Winkel liefern, wird ersichtlich, dass diese Kräfte von einem Winkel nicht übertragen werden können. Daher wird in der Nachweisführung an jeder Stelle die Anzahl der Winkel verdoppelt. Die Nachweise werden nach DIN 1052:2004-08 [2] geführt.

Tragfähigkeit eines Winkels:

Fix Me!

Ergebnisse der FE-Rechnung:

Winkel	Zugkräfte	Schubkräfte
1	0,109077	6,372735
2	1,0912471	6,3452396
3	1,2408549	6,0204377
4	0,0308311	6,0718894
5	0	6,1476831
6	0	6,0996356
11	0	-7,5678735
12	0	-8,5354023
13	0	-7,5053458
14	0	-6,4982743
15	0	-5,079895
16	0	-1,8708287

Nachweis Winkel 2 (größte Schubkraft):

Schnittgrößen:

Fix Me!

Nachweis:

Fix Me!

Nachweis Winkel 3 (größte Zugkraft):

Schnittgrößen:

Fix Me!

Nachweis:

Fix Me!

Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=bsphandbuch:design:plate_loaded_in_plane:fem&rev=1447836366

Last update: **2019/02/21 10:21**
Printed on 2026/11/09 21:36