Beispiele Scheibennachweise

Geometrie und maßgebende Lastfallkombination

Für die Bemessung einer BSP-Scheibe sind die folgenden Nachweise zu führen:

- Tragfähigkeit – ULS
- Stabilitätsnachweis
- Verformungsnachweis

Das folgende Beispiel ist der Statik für ein BSP-Haus in der Steiermark/A (Haus „Jeitler“) entnommen. Im konkreten Beispiel soll die westseitige Außenwand statisch nachgewiesen werden. Die Lastfallkombination wurde in Lastaufstellung für die Scheibennachweise für die Lasten Eigengewicht, Nutzlast, Schneelast und Windlast durchgeführt. Diese Lasten führen zu den Lastfallkombinationen Eigengewicht (k_{mod} = 0,60), Eigengewicht und Nutzlast (k_{mod} = 0,80) sowie Eigengewicht, Nutzlast und Schnee/Wind (k_{mod} = 0,90). Für die letzte Lastfallkombination müssen wieder die Fälle Nutzlast führend, Schnee führend sowie Wind führend betrachtet werden (siehe Maßgebende Lastfallkombinationen für die Scheibennachweise).

Für das folgende Beispiel und die darin geführten Nachweise wird die Lastfallkombination Eigengewicht, Nutzlast und Schnee/Wind von Nord (k_{mod} = 0,90) für den Fall „Nutzlast führend“ gewählt.

Die Geometrie der Wandscheibe (westseitige Außenwand) ist in Abb. 1 dargestellt. Für den Verformungsnachweis in Beispiel zur Verformungsberechnung (Vertikal- und Horizontalverformungen) wurde für die Handrechnung eine einfachere Geometrie gewählt. Die Ermittlung der Kräfte in der Bodenfuge (Linie 3) sowie der Nachweis der Übertragung der Zug- und Schubkräfte findet sich im Teil Verbindungstechnik. Im Kapitel FE Berechnungen der Scheibe ist die Ermittlung der Scheibenkräfte mit FEM sowie deren Nachweis dargestellt.

Abb. 1: Geometrie der Wandscheibe (westseitige Außenwand)

ULS – Schubfestigkeitsnachweis

Die Tragfähigkeit einer BSP-Struktur unter Wirkung von Normalkräften und Schubkräften ist nachzuweisen. Während der Tragfähigkeitsnachweis zufolge Normalkräfte (ohne Stabilität, nur Querschnittstragfähigkeit) relativ einfach ist (Nachweis mit effektiven Flächen), ist der Schubfestigkeitsnachweis komplizierter.

Als Beispiel für den Festigkeitsnachweis wird ein Schubfestigkeitsnachweis an der Linie 1 gezeigt.

Abb. 2: Linie 1 – Stelle für den Schubfestigkeitsnachweis

Die Ermittlung der inneren Schnittgröße (Schubkraft n_{xy} entlang der Linie 1) erfolgt mittels einer einfachen „Handrechnung“. Dabei geht man von möglichst einfachen Verteilungen der inneren Kräfte aus, die Gesamtgröße kann mittels einer Gleichgewichtsbetrachtung ermittelt werden. Im

vorliegenden Beispiel wird von einer konstanten Schubkraftverteilung entlang der Linie 1 ausgegangen.

Bestimmung der in der Linie 1 wirkenden Schubkraft $n_{xy,d}$:

${n_{xy,d}} = 2,65 \cdot (12,64 + 15,48)/3,10 + (6,45 \cdot 1,60)/3,10 = 24,04 + 3,33 =$
$= 27,37\text{ kN/m} = 27,37\text{ N/mm}$

Maßgebende Schubfestigkeit (Mechanismus I – „Schub“) und Torsionsfestigkeit (Mechanismus II – „Torsion“):

${f_{v,clt,d}} = {{{k_{\bmod }} \cdot {f_{v,clt,k}}} \over {{\gamma _M}}} = {{0,90 \cdot 5,0} \over {1,25}} = 3,60\text{ N/mm}^2$

${f_{T,clt,d}} = {{{k_{\bmod }} \cdot {f_{T,clt,k}}} \over {{\gamma _M}}} = {{0,90 \cdot 2,50} \over {1,25}} = 1,80\text{ N/mm}^2$

Im Beispiel wird eine Schubfestigkeit von 5,0 N/mm² gemäß ETA-09/0036 [1] gewählt. Der Unterschied zur ETA-06/0138 [2], die die Schubfestigkeit mit 5,20 N/mm² angibt, beträgt 4 % und wird als vernachlässigbar angesehen. Wie bereits erwähnt wurde (Ansetzbare Scheibenschubfestigkeit für Mechanismus I), ist diese Schubfestigkeit in Diskussion. Es ist davon auszugehen, dass diese charakteristische Schubfestigkeit wesentlich höher sein wird als der hier angesetzte Wert von 5,0 N/mm².

Aufbau der BSP-Scheibe (westseitige Außenwand):

Abb. 3: Dicken des Wandelements – ideelle Ersatzdicken t_i^*

t_{clt} = 94 mm
t_1 = 30 mm
t_2 = 34 mm
t_1^* = t_2^* = min(2·30,34) = 34 mm

Anzahl der Klebeflächen: n = 2

$\sum\nolimits_{i = i}^n t_i^*$ = 2·34 = 68 mm

Schubfestigkeitsnachweis in der Linie 1:

- Step-1: Bestimmung der ideellen Ersatzdicken und der ideellen Schubspannungen für die Klebeflächenschichten 1 und 2 (siehe Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) – Schubfestigkeitsnachweis bei endlicher Schichtanzahl und variablen Einzelschichtdicken)

${\tau _{0,d}}^* = {{{n_{xy,d}}} \over {\sum\nolimits_{i = 1}^n {{t_i}^*} }} = {{27,37} \over {68}} = 0,403\text{ N/mm}^2$

- Step-2: Festigkeitsnachweis für Mechanismus I – „Schub“ und Mechanismus II – „Torsion“

${\tau _{v,d}}^* = 2 \cdot {\tau _{0,d}}^* = 2 \cdot 0,403 = 0,805\text{ N/mm}^2$

Knoten 1: ${\tau _{T,d}}^* = 3 \cdot {\tau _{0,d}}^* \cdot {{{t_1}^*} \over a} = 3 \cdot 0,403

\cdot {{34} \over {150}} = 0,274\text{ N/mm}^2$

Knoten 2: ${\tau _{T,d}}^* = 3 \cdot {\tau _{0,d}}^* \cdot {{{t_2}^*} \over a} = 3 \cdot 0,403 \cdot {{34} \over {150}} = 0,274\text{ N/mm}^2$

Nachweis Mechanismus I – „Schub“:

${{{\tau _{v,d}}^*} \over {{f_{v,clt,d}}}} = {{0,805} \over {3,60}} = 0,22 \le 1,0$

Nachweis Mechanismus II – „Torsion“:

${{{\tau _{T,d}}^*} \over {{f_{T,clt,d}}}} = {{0,274} \over {1,80}} = 0,15 \le 1,0$

Bestimmung der Schubbeanspruchung – zulassungskonform (Mechanismus I – „Schub“):

$t_{min} = 34 \text{ mm}$

${\tau _{v,d}} = {{{n_{xy,d}}} \over {{t_{\min }}}} = {{27,37} \over {34}} = 0,805\text{ N/mm}^2$

Anmerkung: Somit liefert das Verfahren laut Zulassung bei annähernd gleichen Schichtdicken das gleiche Ergebnis ($\tau_{v,d}^*$ ≡ $\tau_{v,d}$).

Bestimmung der Torsionsbeanspruchung – zulassungskonform (Mechanismus II – „Torsion“):

Anmerkung: Betrachtung einer einzigen Klebefläche

Abb. 4: BSP Scheibe, reduziert auf eine einzelne Klebefläche

m_h = 1	Anzahl der Klebeflächen in horizontaler Richtung
m_v = 1	Anzahl der Klebeflächen in vertikaler Richtung
a = 0,15	
b = 0,15	
${I_p} = {{{{0,15}^4}} \over 6}$	polares Trägheitsmoment einer quadratischen Klebefläche
$N = n \cdot {m_h} \cdot {m_v} = 2$	Gesamtanzahl der Klebeflächen in der rechteckigen BSP-Scheibe
${F_{h,d}} = {n_{xy,d}} \cdot b = 27,37 \cdot 0,15$	einwirkende, konstante Schubkraft an der Oberseite der Wand

${\tau _{T,d}} = 3 \cdot {{{n_{xy,d}}} \over {n \cdot a}} \cdot {{b \cdot h \cdot {a \over 2}} \over {{m_h} \cdot a \cdot {m_v} \cdot a \cdot {a \over 2}}} = {{{n_{xy,d}} \cdot b} \over {N \cdot {J_p}}} \cdot h \cdot {a \over 2} = {{{F_{h,d}} \cdot h} \over {N \cdot {J_p}}} \cdot {a \over 2}$

$n_{xy,d}$ = 27,37 kN/m = 27,37 N/mm
$F_{h,d}$ = 27,37·150 = 4106 N

h = 150 mm

${\tau _{T,d}} = {{4106 \cdot 150} \over {2 \cdot {{{{150}^4}} \over 6}}} \cdot {{150} \over 2} = 0,274\text{ N/mm}^2$

Anmerkung: Somit liefert das Verfahren laut Zulassung bei annähernd gleichen Schichtdicken das gleiche Ergebnis (tv,d* ≡ tv,d).

Nachweis der Schubbeanspruchung im Brandfall:

Annahme: Schicht 3 ist bis auf 6 mm abgebrannt. Zum besseren Vergleich der Ausnutzung bleibt die Bemessungsschubkraft hier ident mit $n_{xy,d}$ = 27,37 kN/m = 27,37 N/mm.

Querschnitt:

Abb. 5: Dicken des Wandelements – ideelle Ersatzdicken t_i^* im Brandfall

t_{clt} = 70 mm
t_1 = 30 mm
t_2 = 34 mm
t_3 = 6 mm
Knoten 1: t_1^* = min(2·30,34) = 34 mm
Knoten 2: t_2^* = min(34,2·6) = 12 mm

Anzahl der Klebeflächen: n = 2

$\sum\nolimits_{i = i}^n t_i^*$ = 34 + 12 = 46 mm

- Step-1:

${\tau _{0,d}}^* = {{{n_{xy,d}}} \over {\sum\nolimits_{i = 1}^n {{t_i}^*} }} = {{27,37} \over {46}} = 0,595\text{ N/mm}^2$

- Step-2:

${\tau _{v,d}}^* = 2 \cdot {\tau _{0,d}}^* = 2 \cdot 0,595 = 1,19\text{ N/mm}^2$ → 47% Erhöhung

Knoten 1: ${\tau _{T,d}}^* = 3 \cdot {\tau _{0,d}}^* \cdot {{{t_1}^*} \over a} = 3 \cdot 0,595 \cdot {{34} \over {150}} = 0,405\text{ N/mm}^2$

Knoten 2: ${\tau _{T,d}}^* = 3 \cdot {\tau _{0,d}}^* \cdot {{{t_2}^*} \over a} = 3 \cdot 0,595 \cdot {{12} \over {150}} = 0,143\text{ N/mm}^2$

Anmerkung: Die Torsionsbeanspruchung steigt im Knoten 1 an und im Knoten 2 fällt sie massiv ab.

Bestimmung der Schubbeanspruchung – zulassungskonform (Mechanismus I – „Schub“):

t_{min} = 34 mm

${\tau _{v,d}} = {{{n_{xy,d}}} \over {{t_{\min }}}} = {{27,37} \over {34}} = 0,805\text{ N/mm}^2$ → keine Änderung gegenüber Grundfall

Anmerkung: Da die minimale Schichtdicke konstant bleibt, ergibt sich keine Änderung gegenüber dem Grundfall.

Bestimmung der Torsionsbeanspruchung – zulassungskonform (Mechanismus II – „Torsion“):

$n_{xy,d}$ = 26,37 kN7m = 27,37 N/mm
$F_{h,d} = n_{xy,d} \cdot b$ = 27,37·150 = 4106 N
h = 150 mm

${\tau _{T,d}} = {{{F_{h,d}} \cdot h} \over {N \cdot {J_p}}} \cdot {a \over 2} = {{4106 \cdot 150} \over {2 \cdot {{{{150}^4}} \over 6}}} \cdot {{150} \over 2} = 0,274\text{ N/mm}^2$

Anmerkung: Nach den Verfahren der Zulassungen ergibt sich auch keine Änderung der Torsionsspannungen.

Tragfähigkeitsnachweis – Stabilitätsnachweis

Aus den einzelnen Geschossdecken werden hauptsächlich vertikale Lasten und horizontale Schubkräfte aus Stabilierungskräften und Windkräften, etc. in die Scheibe eingeleitet und ergeben zumeist Druckkräfte in den Wandscheiben. Diese Druckkräfte – im Weiteren als n_y (Kraft pro Länge [kN/m]) bezeichnet – haben eine destabilisierende Wirkung (Ausknicken der BSP-Struktur) auf die BSP-Scheiben. Aus den Querlasten zufolge Wind o. ä. ergibt sich ein Plattenbiegemoment, welches das Ausknicken der BSP-Scheiben zusätzlich fördert.

Konstruktiv ergibt sich aus den obigen Überlegungen, dass eine dreischichtige Brettsperrholzplatte als Wandelement mit vertikal verlaufenden äußeren Randschichten einzubauen ist, um die Stabilitätsgefahr möglichst zu minimieren.

Als Beispiel eines Nachweises wird das Ausknicken der Wandscheibe im EG mit den Schnittgrößen entlang der Linie 2 untersucht. Wie im Bild zu sehen ist, ist eine drehelastische Einspannung durch den Unterzug vorhanden, der die kritische, elastische Knicklast erhöht. Dieser verbessernde Einfluss wird jedoch hier im präsentierten Nachweis nicht berücksichtigt.

Abb. 6: Linie 2 – Schnittgrößen für den Stabilitätsnachweis

Die Ermittlung der inneren Schnittgröße (Scheibennormalkräfte n_y entlang der Linie 2) erfolgt ebenfalls mittels einer einfachen „Handrechnung“. Dies erfolgt hier auf Basis elementarer Schnittgrößen N und M, mit denen eine linear veränderliche Scheibennormalkraft n_y entlang Linie 2 bestimmt werden kann. Die Schubkraft n_{xy} wird wieder mit der Schnittgröße V und einer konstant angenommenen Verteilung bestimmt. Alternativ dazu erfolgt die Ermittlung der inneren Schnittgrößen auch mit der FE-Methode im Anhang.

Bestimmung der in der Linie 2 wirkenden Schnittgrößen $n_{y,d}$ und $n_{xy,d}$:

- Step-1: Schnittgrößen N, M und V in der Linie 2 (globales Gleichgewicht des oberen Teiles der Außenwand)

$${N_d} = (12,65 + 15,48) \cdot 8,50 + 6,45 \cdot 1,60 =$$
$$= 239,11 + 10,32 = 249,43\text{ kN}$$

$${V_d} = (2,68 + 1,68) \cdot 8,50 = 37,06\text{ kN}$$

$${M_d} = 239,11 \cdot (4,25 - 4,025) + (2,68 \cdot 1,55) \cdot 8,50 +$$
$$+ (1,68 \cdot 4,65) \cdot 8,50 + 10,32 \cdot 4,475 =$$
$$= 53,8 + 35,31 + 66,40 + 46,18 = 201,69\text{ kNm}$$

- Step-2: Scheibenschnittgrößen in der Linie 2

$${n_{y,dN}} = {{{N_d}} \over h} = {{249,43} \over {3,65}} = 68,34\text{ kN/m}$$
$${n_{xy,dV}} = {{{V_d}} \over h} = {{37,06} \over {3,65}} = 10,15\text{ kN/m}$$
$${n_{y,dM}} = {{{M_d}} \over {{{{h^2}} \over 6}}} = {{201,69 \cdot 6} \over {{{3,65}^2}}} = 90,83\text{ kN/m}$$

Der Verlauf der Scheibennormalkraft n_y aus Normalkraft und Moment in der Linie 2 sieht wie folgt aus:

Schubkraftverlauf in der Linie 2 aus der Querkraft:

- Step-3: Plattenschnittgrößen in der Linie 2

Beim Stabilitätsnachweis einer Wandscheibe ist nicht nur der Scheibenanteil und somit das Ausknicken einer zentrisch gedrückten Wand allein maßgebend, zusätzlich sind noch die Belastungen auf die Wand (Plattenanteil) zufolge Windlasten zu berücksichtigen. Diese Plattenbiegemomente werden im Weiteren bestimmt. Die beiden Fugen zwischen Decke über EG zur BSP-Wand im EG bzw. OG führen die Lastabtragung zufolge Querwind auf zwei Einfeldträger im EG bzw. OG zurück.

Plattenmoment zufolge Windlast:

$${m_d} = {{0,81 \cdot {{3,10}^2}} \over 8} = 0,973\text{ kNm/m}$$

Stabilitätsnachweis mit den maßgebenden Schnittgrößen entlang der Linie 2:

- Step-4: Bestimmung der elastischen Verzweigungsformen für den Euler-Fall II

Biegesteifigkeit für 1 m Streifen:

$EI = 2 \cdot ({E_{0,05}} \cdot {{{{0,03}^3}} \over {12}} + {E_{0,05}} \cdot 0,03 \cdot {0,032^2}) \cdot 1,0 = $

mit ${E_{0,05}} = 5/6 \cdot 1,16 \cdot {10^7} = 9,67 \cdot {10^6}\text{ kN/m}^2$

$EI = 2 \cdot (21,8 + 297,1) \cong 638\text{ kNm}^2$

Schubsteifigkeit für 1 m Streifen, mit κ = 1/5 = 0,2 (Schubkorrekturfaktor):

$\kappa \cdot \sum {{G_i} \cdot {A_i} = {S_{clt}} = {{1,0} \over 5} \cdot (2 \cdot 6,0 \cdot {{10}^5} \cdot 0,03 + 6,0 \cdot {{10}^4} \cdot 0,034) = 7608\text{ kN}} $

${G_{0,05}} = 5/6 \cdot 7,2 \cdot {10^5} = 6,0 \cdot {10^5}\text{ kN/m}^2$

${G_{90,0,05}} = 5/6 \cdot 7,2 \cdot {10^4} = 6,0 \cdot {10^4}\text{ kN/m}^2$

elastische, ideelle Knicklast n_{cr}:

${n_{cr}} = {{EI \cdot {\pi ^2}} \over {{l_k}^2 \cdot (1 + {{EI \cdot {\pi ^2}} \over {\kappa \cdot \sum {{G_i} \cdot {A_i} \cdot {l_k}^2} }})}} = {{638 \cdot {\pi ^2}} \over {{{3,1}^2} \cdot (1 + {{638 \cdot {\pi ^2}} \over {7608 \cdot {{3,1}^2}}})}} = 603,28\text{ kN}$ → schubnachgiebig

${n_{cr}} = {{EI \cdot {\pi ^2}} \over {{l_k}^2}} = {{638 \cdot {\pi ^2}} \over {{{3,1}^2}}} = 655,24\text{ kN}$ → schubstarr

Die beiden Fugen zwischen Decke über EG zur BSP-Wand im EG bzw. OG führen die ideelle Verzweigungsform auf zwei getrennte gelenkig gelagerte Euler-II Grundfälle im EG bzw. OG zurück.

- Step-5: Zusammenfassung Step 1-4

Der Nachweis erfolgt mit der elastischen, ideellen Knicklast und den folgenden Schnittgrößen:

${n_{cr}} = 603,28\text{ kN/m}$
${n_{y,d}} = 159,17\text{ kN/m}$
${m_d} = 0,973\text{ kNm/m}$

Die geometrische Größen (effektive Fläche, effektives Trägheitsmoment, effektives Widerstandsmoment) der BSP-Wandscheibe sind:

${A_{ef}} = 60 \cdot 1000 = 60000\text{ mm}^2$
${I_{ef}} = {{1000} \over {12}} \cdot ({94^3} - {34^3}) = 65940000\text{ mm}^4$
${W_{ef}} = {{65940000} \over {47}} = 140279\text{ mm}^3$

- Step-6: Durchführen des Stabilitätsnachweises

Bestimmung des Knickbeiwertes k_c mit der elastischen, ideellen Knicklast:

\begin{equation*} {k_c} = \min \left[{\matrix{ {1,0} \cr {{1 \over {(k + \sqrt {{k^2} - {\lambda _{rel}}^2)} }}} \cr } } \right] \end{equation*}

$k = 0,5 \cdot (1 + {\beta _c} \cdot ({\lambda _{rel}} - 0,30) + {\lambda _{rel}}^2)$

$\beta _c = 0,1$ für Brettschichtholz

${\lambda _{rel}} = \sqrt {{{{A_{ef}} \cdot {f_{c,k}}} \over {{n_{cr}}}}} = \sqrt {{{60000 \cdot 24} \over {603280}}} = 1,545$

$k = 0,5 \cdot (1 + 0,1 \cdot (1,545 - 0,30) + {1,545^2}) = 1,756$

\begin{equation*} {k_c} = \min \left[{\matrix{ {1,0} \cr {{1 \over {(1,756 + \sqrt {{{1,756}^2} - {{1,545}^2}})}}} \cr } } \right] = \min \left[{\matrix{ {1,0} \cr {0,386} \cr } } \right] = 0,386 \end{equation*}

Stabilitätsnachweis:

${f_{c,k}} = 24\text{ N/mm}^2$	${f_{c,d}} = 24 \cdot {{0,9} \over {1,25}} = 17,28\text{ N/mm}^2$
${f_{m,k}} = 24\text{ N/mm}^2$	${f_{m,d}} = 24 \cdot {{0,9} \over {1,25}} = 17,28\text{ N/mm}^2$

${{{n_{y,d}}} \over {{k_c} \cdot {A_{ef}} \cdot {f_{c,d}}}} + {{{m_d}} \over {{W_{ef}} \cdot {f_{m,d}} \cdot {k_l}}} = {{159170} \over {0,386 \cdot 60000 \cdot 17,28}} + {{973000} \over {1402979 \cdot 17,28 \cdot 1,1}} = 0,398 + 0,036 = 0,434 \le 1,0$

Beispiel zur Verformungsberechnung (Vertikal- und Horizontalverformungen)

An dem in Abb. 7 gezeigten 4-geschossigen Wohnbau wird die Ermittlung der vertikalen und horizontalen Verformungen beispielhaft gezeigt. Die auf das Gebäude wirkenden Lasten wurden der Lastaufstellung in Kapitel Lastaufstellung - Ermittlung der Einwirkungen nach EN 1991-1:2006 entnommen. Die Berechnungen werden jeweils an einem 1 m breiten Wandstreifen durchgeführt.

Abb. 7: Gebäudeabmessungen mit den angreifenden Lasten

Anmerkung: Die Windkräfte W_1 und W_2 greifen in Plattenmitte an.

Lastaufstellung:

${W_1} = 1,30 \cdot 1,95 \cdot 12,55 \cdot {1 \over 2} = 15,91\text{ kN}$ → ${n_{xy,d,1}} = {{15,91} \over 6} = 2,65\text{ kN/m}$

${W_2} = 1,30 \cdot 3,10 \cdot 12,55 \cdot {1 \over 2} = 25,29\text{ kN}$ → ${n_{xy,d,2}} = {{25,29} \over 6} = 4,22\text{ kN/m}$

$s = 1,8 \cdot 2,03 = 3,65\text{ kN/m}$

$q = 2,0 \cdot 2,03 = 4,06\text{ kN/m}$

${g_1} = {{(5,41 + 4,49)} \over {1,35}} = 7,33\text{ kN/m}$

${g_2} = {{(5,41 + 3,98)} \over {1,35}} = 6,96\text{ kN/m}$

Bestimmung der Scheibenschubsteifigkeit für die Horizontalverformungen:

$D_{xy}^{Sch} = {G^*} \cdot {t_{clt}}$

${G^*} = {{{G_{0,mean}}} \over {1 + 6 \cdot {\alpha _T} \cdot {{\left({{{{t_{mean}}} \over a}} \right)}^2}}}$

t_{clt}	Gesamtdicke der Scheibe [mm]
t_{mean}	mitllere Schichtdicke der Scheibe [mm]
a	Brettbreite [mm]

mit ${\alpha _T} = 0,32 \cdot {\left({{{{t_{mean}}} \over a}} \right)^{ - 0,77}} = 0,32 \cdot {\left({{{94/3} \over {150}}} \right)^{ - 0,77}} = 1,07$

${G^ * } = {{720} \over {1 + 6 \cdot 1,07 \cdot {{\left({{{94/3} \over {150}}} \right)}^2}}} = 562,7\text{ N/mm}^2$

$D_{xy}^{Sch} = 562,7 \cdot 94 = 52894\text{ N/mm}$

Bestimmung der Scheibenschubsteifigkeit im Plattenbereich:

Im Bereich der Platten werden diese auf Schub beansprucht. Dieser darf jedoch nicht mit dem transversalen Querkraftschub aus der Plattenbiegung verwechselt werden. Vielmehr entspricht die Beanspruchung jener der Wandscheiben, jedoch mit einer wesentlich größeren Dicke. Würde die Schubbelastung kontinuierlich entlang der „Dickenrichtung“ dieser Scheibe eingebracht werden, so entspräche die Scheibendicke der Länge der BSP-Decken. Dies ist allerdings nicht der Fall, die Schubbelastung wird nur an den Rändern der BSP-Decke eingeleitet, sodass nur ein geringer Teil der BSP-Decken für diese Beanspruchung mitwirken. Diese mitwirkende Einflussbreite $b_{0,Schub}$ wird hier für den Maximalwert mit einer angenommenen Lastausbreitung von 45° angesetzt (Abb. 8). Als mittlere mitwirkende Einflussbreite $b_{0,Schub}$ kann davon 50 % (= 1,5 m) angesetzt werden.

Die effektive Schubsteifigkeit wird über alle 5 Schichten des BSP-Deckenelements mit der Gesamtdicke t_{clt} konstant angesetzt. Die Bestimmung erfolgt über die gesamte Schubnachgiebigkeit zufolge einer Einheitsschubkraft n_{xy}, welche durch die fortlaufende Addition aus den Schubverformungen der Einzelschichten gewonnen wird (Steifigkeiten in Serie gekoppelt).

Horizontalverformung u_i der i-ten Lage der BSP-Platte unter Schubbeanspruchung:

${{{n_{xy}}} \over {{G_i} \cdot {b_{0,Schub}}}} \cdot {t_i} = {u_i}$

Ersatzschubsteifigkeit D_{xy}^{Pl} für die gesamte BSP-Platte:

${{{n_{xy}}} \over {D_{xy}^{Pl} \cdot {b_{0,Schub}}}} \cdot {t_{clt}} = \sum {{{{n_{xy}}} \over {{G_i} \cdot {b_{0,Schub}}}} \cdot {t_i}} $

$D_{xy}^{Pl} = {{{t_{clt}}} \over {\sum {{{{t_i}} \over {{G_i} \cdot {b_{0,Schub}}}}} }}$

t_{clt}	Gesamtdicke der Platte [mm]

t_i	Einzelschichtdicken der Platte [mm]
G_i	Schubmoduli für die jeweilige Faserrichtung [N/mm²]
$b_{0,Schub}$	schubbeanspruchte Einflussbreite [mm] (Abb. 8)

Die Berechnung der Scheibenschubsteifigkeit im Plattenbereich wird in Tab. 1 gezeigt.

Abb. 8: Mittlere mitwirkende Einflussbreite $b_{0,Schub}$

Tab. 1: Bestimmung von D_{xy} Fix Me! im Plattenbereich

Schicht	**t_i**	**G_i**	**$b_{0,Schub}$**	**$t_i \over {G_i \cdot b_{0,Schub}}$**
	[mm]	[N/mm²]	[mm]	[mm/N]
1	34	72	1500	0,00031
2	22	720	1500	2,04E-5
3	34	72	1500	0,00031
4	22	720	1500	2,04E-5
5	34	72	1500	0,00031
$\sum$	146			0,0010

$D_{xy}^{Pl} = {{146} \over {0,0010}} = 148195\text{ N/mm}$

Im Bereich der Wände kann eine Wandschubsteifigkeit von 52894 N/mm, im Bereich der Decken eine von 148195 N/mm angesetzt werden.

Verformungsberechnung zufolge Windlast:

Bei der folgenden Berechnung wird die Einwirkung „Wind“ als die führende Last betrachtet.

${u^{Sch}} = {{{n_{xy,d}}} \over {D_{xy}^{Sch}}} \cdot H$

${u^{Pl}} = {{{n_{xy,d}}} \over {D_{xy}^{Pl}}} \cdot {t_{clt}}$

H	Scheibenhöhe [mm]
t_{clt}	Gesamtdicke der Platte/Scheibe [mm]

Die Berechnung wird im Folgenden tabellarisch, siehe Tab. 2, durchgeführt.

Tab. 2: Verformungsberechnung zufolge Windlast

Bauteil	**$n_{xy,d,i}$**	**$D_{xy,i}$**	**t_{clt}**	**H**	**$u_{P,i}$**	**$u_{S,i}$**
	[kN]	[N/mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
P1u	2,65	148195	146/2		0,001	
S1	2,65	52894		2950		0,148
P2o	2,65	148195	146/2		0,001	
P2u	6,87	148195	146/2		0,003	
S2	6,87	52894		2950		0,383
P3o	6,87	148195	146/2		0,003	
P3u	11,09	148195	146/2		0,006	
S3	11,09	52894		2950		0,619
P4o	11,09	148195	146/2		0,006	

Bauteil	$n_{xy,d,i}$	$D_{xy,i}$	t_{clt}	H	$u_{P,i}$	$u_{S,i}$
P4u	15,31	148195	146/2		0,008	
S4	15,31	52894		2950		0,854
$\sum$					0,028	2,004
					2,032	

Aus der Tabelle Tab. 2 ist ersichtlich, dass der Anteil der Schubverformungen, welcher im Bereich der Platten auftritt (u_P) gering ist. Der gesamte Anteil beträgt lediglich 1,38 % der gesamten Horizontalverformungen. Die mittlere mitwirkende Einflussbreite $b_{0,Schub}$ wurde lediglich mit 1,5 m abgeschätzt. Wird dieser Wert nur mit 0,75 m in Rechnung gestellt, so erhöht sich die gesamte horizontale Verformung auf 2,056 mm. Der Anteil aus den Deckenbereichen erhöht sich leicht auf 2,8 %. Aus diesen Ergebnissen kann abgeleitet werden, dass eine Vernachlässigung der Unterschiede der Schubsteifigkeiten in den Deckenbereichen vertretbar ist und die Horizontalverformungen vereinfacht nur mit den Schubsteifigkeiten der Wandelemente berechnet werden kann. In diesem Fall ergibt sich eine horizontale Verformung von 2,11 mm bzw. eine Überschätzung von 3,89 % gegenüber dem hier gezeigten Ergebnis.

Ermittlung der vertikalen Dehnsteifigkeiten EA:

Dehnsteifigkeit EA im Bereich der Wände für 1 m Wandbreite:

$A_{ef}^{Sch} = 2 \cdot 30 \cdot 1000 = 60000\text{ mm}^2/\text{m}$

$w_i^{Sch} = {{{n_{x,d}}} \over {{E_{0,mean}} \cdot A_{ef}^{Sch}}} \cdot H$

H	Scheibenhöhe [mm]

Dehnsteifigkeit EA im Bereich der Deckenplatten für 1 m Wandbreite:

$w_i^{Pl} = {{{n_{x,d}}} \over {{E_{90,mean}} \cdot A_{ef}^{Pl}}} \cdot {t_{clt}}$

$A_{ef}^{Pl} = {b_{0,Querdruck}} \cdot L =$
$= (94 + {{146} \over 4}) \cdot 1000 = 130500\text{ mm}^2/\text{m}$

t_{clt}	Gesamtdicke der Platte/Scheibe [mm]
$b_{0,Querdruck}$	querdruckbeanspruchte Einflussbreite [mm]

Verformungsberechnung zufolge vertikaler Lasten für die einzelnen Belastungen:

Diese wird tabellarisch in Tab. 3 durchgeführt. Die Trennung der Verformungen in die Anteile g, s und p erfolgt aufgrund der Lastfallkombination, welche im Folgenden durchgeführt wird.

Tab. 3: Verformungsberechnung zufolge vertikaler Lasten für die einzelnen Lasten

Bauteil	$n_{x,d}$				A_{ef}	E_i	H	t_{clt}	w_i					
	[kN]				[mm²]	[N/mm²]	[mm]	[mm]	[mm]					
	g_1	g_2	s	p					g^{Pl}	g^{Sch}	s^{Pl}	s^{Sch}	p^{Pl}	p^{Sch}
P1	7,33	-	3,65	-	130500	390	-	146	0,021	-	0,010	-	-	-
S1	7,33	-	3,65	-	60000	11600	2950	94	-	0,031	-	0,015	-	-
P2	7,33	6,96	3,65	4,06	130500	390	-	146	0,041	-	0,010	- 0,012	-	
S2	7,33	6,96	3,65	4,06	60000	11600	2950	94	-	0,061	-	0,015	-	0,017
P3	7,33	13,92	3,65	8,12	130500	390	-	146	0,061	-	0,010	-	0,023	-
S3	7,33	13,92	3,65	8,12	60000	11600	2950	94	-	0,090	-	0,015	-	0,034
P4	7,33	20,88	3,65	12,18	130500	390	-	146	0,081	-	0,010	-	0,035	-
S4	7,33	20,88	3,65	12,18	60000	11600	2950	94	-	0,120	-	0,015	-	0,052

Bauteil	**$n_{x,d}$**	**A_{ef}**	**E_i**	**H**	**t_{clt}**	**w_i**					
$\sum$						0,204	0,302	0,040	0,060	0,070	0,103
						0,506		0,100		0,173	

Verformungen zufolge der Nachweiskombination nach ON EN 1995-1-1:2009 [3]:

Nachfolgend werden die Verformungen entsprechend der Lastfallkombination ermittelt. Als führende Nutzlast wird die Schneelast festgelegt. Als Verformungsbeiwert für die Scheibe, bei Vertikalverformungen, wird k_{def} = 0,6 festgelegt. Dieser k_{def} gilt für Brettschichtholz für Nutzungsklasse 1. Der Verformungsbeiwert für die Platte bei Vertikalverformungen wird nach Niemz [4] ermittelt. Er wird bei k_{def} = 4,8 festgelegt.

Nachfolgend werden die Verformungen entsprechend der Lastfallkombination ermittelt. Als führende Nutzlast wird die Schneelast festgelegt.

Tab. 4: Nachweiskombinationen nach ON EN 1995-1-1:2009 [3]

			Nachweiskombination
Anfangsverformung	t = 0	w_{inst}	$w_{inst,G} + w_{inst,Q}$
Endverformung	t = ∞	w_{fin}	$w_{inst} + w_{creep}$
	t = ∞	$w_{net,fin}$	$w_{fin} – w_c$

${w_{inst,G}}$	mit ${E_d} = \sum {_{i \ge 1}{G_{k,i}}} $	Anfangsverformung zufolge Eigengewicht G
${w_{inst,Q}}$	mit ${E_d} = {Q_{k,1}} + \sum {_{i > i}{\psi _{0,1}} \cdot {Q_{k,i}}} $	Anfangsverformung zufolge Nutzlast Q
${w_{inst,Q,perm}}$	mit ${E_d} = \sum {_{i \ge 1}} {\psi _{0,i}} \cdot {Q_{k,i}}$	Anfangsverformung zufolge quasi ständiger Nutzlast
w_c		Überhöhungen i. A. bei BSP-Elementen = 0
${w_{creep}} = ({w_{inst,G}} + {w_{inst,Q,perm}}) \cdot {k_{def}}$		Kriechanteil des ständigen u. quasi-ständigen Lastanteils

Bestimmung der Anfangsverformung w_{inst}:

$w_{inst}^{Sch} = 0,302 + 0,060 + 0,7 + 0,103 = 0,434\text{ mm}$

$w_{inst}^{Pl} = 0,204 + 0,040 + 0,7 \cdot 0,070 = 0,293\text{ mm}$

Bestimmung der Endverformung w_{fin}:

$w_{fin}^{Sch} = 0,434 + (0,302 + 0,3 \cdot 0,103) \cdot 0,6 = 0,634\text{ mm}$

$w_{fin}^{Pl} = 0,293 + (0,204 + 0,3 \cdot 0,070) \cdot 4,8 = 1,373\text{ mm}$

Zur Zeit t = 0 beträgt die gesamte vertikale Verformung 0,727 mm, wobei 40 % davon aus der Nachgiebigkeit der Platten stammt. Der Verformungsanteil der Platten kann daher im Gegensatz zur Berechnung der Schubverformungen, wie zuvor gezeigt wurde, nicht vernachlässigt werden. Aufgrund der hohen Kriechverformung insbesondere auf Querdruck erhöht sich für t = ∞ die vertikale Verformung um den Faktor 2,8 auf 2,01 mm, wobei der Anteil aus den Plattenquerpressungen auf 68 % ansteigt.

Referenzen

From:
https://wiki.ihbv.at/ - **IHBV Wiki**

Permanent link:
https://wiki.ihbv.at/doku.php?id=bsphandbuch:design:plate_loaded_in_plane:example&rev=1484129788

Last update: **2019/02/21 10:21**
Printed on 2026/11/09 20:58